

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. **Faites des phrases claires et précises.**
 Le barème est approximatif. La calculatrice est autorisée.

Attention! Le sujet est recto-verso.

Exercice 1 : Calcul matriciel... 5 points

5 pts Calculer à la main lorsque cela est possible, les produits de matrices suivants :

1 $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

2 $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

3 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Exercice 2 4 points

Identité remarquable

On donne les deux matrices suivantes : $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

3 pts **1** Calculer les produits $(A - B)^2$ et $A^2 - 2AB + B^2$. (On détaillera les calculs)

1 pt **2** L'égalité $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$ est-elle vérifiée? Pourquoi?

Exercice 3 5 points

On pose $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

1 pt **1** Calculer A^2

3.5 pts **2** Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel $n \geq 1$; $A^n = \begin{pmatrix} 3^n & 3^n - 2^n \\ 0 & 2^n \end{pmatrix}$.

0.5 pt **3** En déduire A^{10}

Exercice 4 4,5 points

On pose $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

2 pts **1** Calculer A^2 .

1.5 pt **2** Démontrer que $A^2 - A - 2I_3 = O$ où I_3 est la matrice unité d'ordre 3 et O la matrice nulle d'ordre 3.

1 pt **3** En déduire une matrice B vérifiant $A \times B = I_3$

Exercice 5 Bonus 3 points

3 pts

Déterminer les réels x et y tels que $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & y \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -6 \\ 10 & 12 \end{pmatrix}$