Nom :	DS 01	TMATHS OISELET — Sept. 2022
Prénom :	CASE DES MATHS	Devoir nº 02 — .../...

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. ***Faites des phrases claires et précises.***
Le barème est approximatif. La calculatrice en mode examen est autorisée.

Attention ! Le sujet est recto-verso.

Exercice 1 — 6 points

6 pts Écrire plus simplement les expressions suivantes en utilisant les propriétés algébriques de l'exponentielle :

$$A = e^{-x+7} \times e^{-4x+6} \qquad B = e^{(x+1)^2} \times e \qquad C = \left(e^{x+1}\right)^2 \times e$$

$$D = \frac{e^{3x-4}}{e^{-3x+4}} \qquad E = e^{-5} \times e^{-3x+4} \times e^2 \qquad F = \left(e^{-3}\right)^2 \times e^{2x+2} \times \frac{1}{e^4}$$

Exercice 2 : Equations et Inéquations — 5 points

5 pts Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations ou inéquations suivantes :

1. $\mathrm{e}^{3x-1} = \mathrm{e}^4$
2. $(\mathrm{e}^x - 1)(x+4) = 0$.
3. $(2\mathrm{e}^x + 14)(x-3) \leq 0$.

Exercice 3 — 5 points

5 pts Calculer la dérivée de chacune des fonctions définies et dérivables sur $\mathbb{R}$:

1. $f(x) = 5x^2 + 3x + 1 - 2e^x$
2. $g(x) = (2x+1)e^x$
3. $h(x) = \dfrac{e^x - 1}{2e^x + 1}$

Exercice 4 — 10 points

10 pts Soit la fonction g, définie sur tous les réels par

$$g(x) = 1 - x + e^x.$$

1. Déterminer les variations de g.
2. Déterminer l'extremum local de g, en déduire le signe de $g(x)$. On définit maintenant la fonction f sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x + 1 + \frac{x}{e^x}$$

Laisser toutes les traces de recherches apparentes. On pourra se servir de la forme donnée pour $f'(x)$ pour la question suivante.

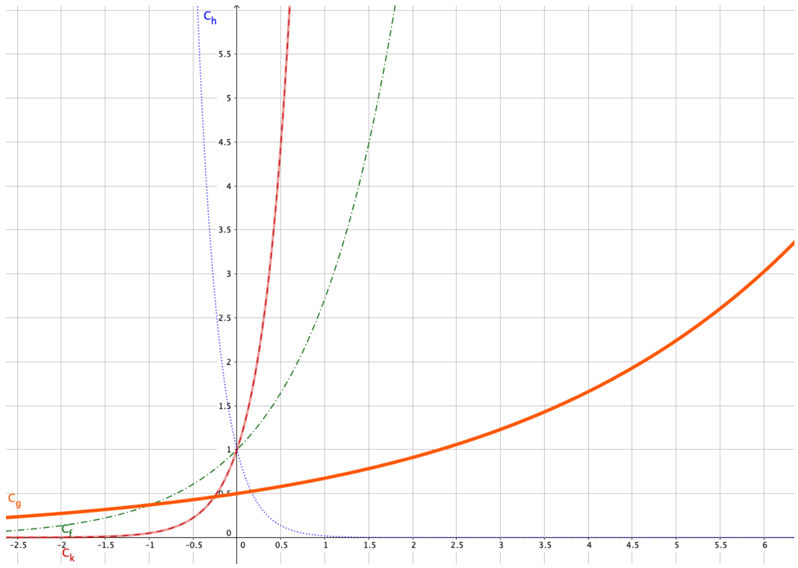
3. Démontrer que pour tout réel x, on a $f'(x) = e^{-x} g(x)$.
4. Déduire de la question 3 les variations de f.
5. Donner l'équation de la tangente à $\mathcal{C}$ (courbe représentative de f dans un repère orthonormé) au point d'abscisse 0.

Exercice 5 — 4 points

4 pts

Associer chaque fonction à sa courbe représentative en justifiant :

$$f(x) = e^x, g(x) = 0,5e^{0,3x}, h(x) = e^{-4x}, k(x) = e^{3x}$$



Exercice 6 — 8 points

8 pts On considère la fonction f définie sur$\mathbb{R}$ par $f(x) = (ax+b)e^{-2x}$ avec a et b deux réels.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Trouver a et b sachant que $f(0) = 1$ et $f'(0) = 3$.
3. Etudier les variations de f.
4. Déterminer l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$, la courbe représentative de f, au point d'abscisse 0.

Exercice 7 — 4 points

4 pts On considère la fonction f définie sur$\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{3x} - 2x$

1. Déterminer les coordonnées des points de $\mathscr{C}_f$, la courbe représentative de f, qui ont une tangente parallèle à la droite Δ d'équation $y = x$.
2. Déterminer l'abscisse des points de $\mathscr{C}_f$ dont la tangente T passe par le point $O(0;0)$.

Exercice 8 Bonus — 3 points

3 pts On appelle cosinus hyperbolique la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par ch : $x \mapsto \text{ch}(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ et sinus hyperbolique la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par sh : $x \mapsto \text{sh}(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$

1. Montrez que $\text{ch}(2x) = 2\,\text{ch}^2(x) - 1$.
2. Montrez que $\text{sh}(2x) = 2\,\text{sh}(x)\,\text{ch}(x)$