

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. **Faites des phrases claires et précises.**  
 Le barème est approximatif. La calculatrice en mode examen est autorisée.



**Attention! Le sujet est recto-verso.**

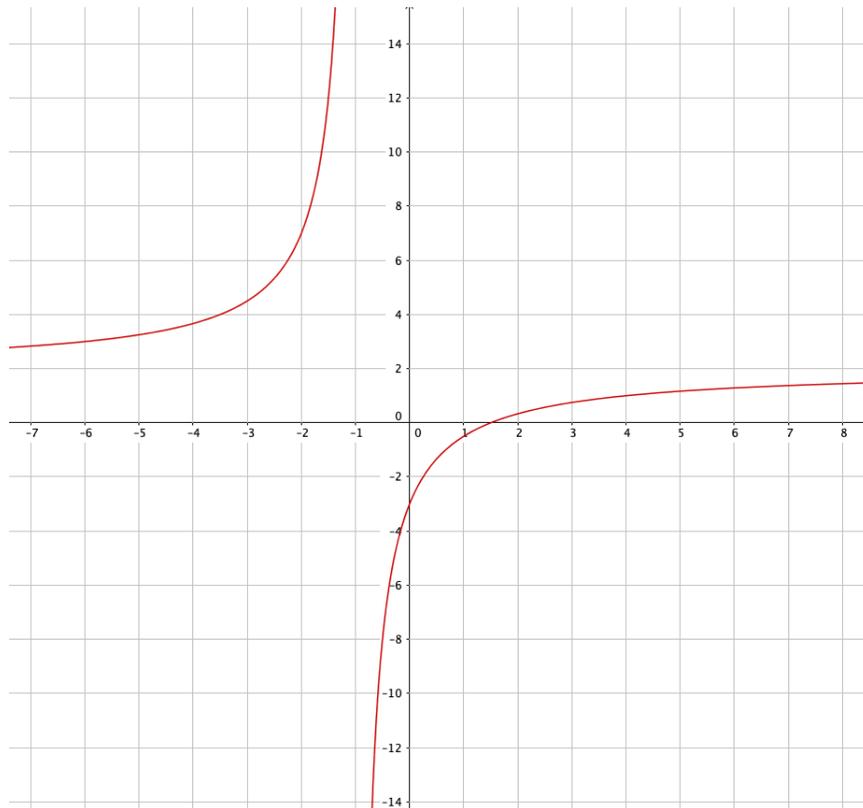
L'utilisation des fiches de cours est exceptionnellement autorisé pour ce devoir de Noël sous réserve qu'elles soient MANUSCRITES ET dans un PORTE-VUES.

**Exercice 1**

*8 points*

8 pts

Voici la courbe d'une fonction  $f$  définie sur  $] -\infty; -1[ \cup ] -1; +\infty[$ .



- 1** Lire sur le graphique les limites de la fonction  $f$  en  $-\infty, +\infty$ , à droite et à gauche en  $-1$ .
- 2** La fonction représentée est la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$ .

Etudier la convexité de la fonction  $f$ .

- 3** La courbe de  $f$  admet-elle un ou des points d'inflexion? Si oui, lesquels?

 Exercice 2

6 points

6 pts Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse exacte rapporte 1,5 point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points  $A(1; 0; 2)$ ,  $B(2; 1; 0)$ ,  $C(0; 1; 2)$  et la droite  $\Delta$  dont une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 4 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

1 Parmi les points suivants, lequel appartient à la droite  $\Delta$ ?

Réponse A :  $M(2; 1; -1)$ ;  
Réponse C :  $P(-3; -4; 2)$ ;

Réponse B :  $N(-3; -4; 6)$ ;  
Réponse D :  $Q(-5; -5; 1)$ .

2 Le vecteur  $\vec{AB}$  admet pour coordonnées :

Réponse A :  $\begin{pmatrix} 1,5 \\ 0,5 \\ 1 \end{pmatrix}$ ;  
Réponse C :  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

Réponse B :  $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ;  
Réponse D :  $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

3 Une représentation paramétrique de la droite (AB) est :

Réponse A :  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$   
Réponse C :  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

Réponse B :  $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$   
Réponse D :  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 2 - 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

4 On considère le point D défini par la relation vectorielle  $\vec{OD} = 3\vec{OA} - \vec{OB} - \vec{OC}$ .

Réponse A :  $\vec{AD}$ ,  $\vec{AB}$ ,  $\vec{AC}$  sont coplanaires;  
Réponse C : D a pour coordonnées  $(3; -1; -1)$ ;

Réponse B :  $\vec{AD} = \vec{BC}$ ;  
Réponse D : les points A, B, C et D sont alignés.

 Exercice 3

9,5 points

9.5 pts ABCDEFGH est un cube. I, J et K sont les milieux respectifs de [AB], [HD] et [HG]. On se place dans le repère  $(A; \vec{AB}; \vec{AD}; \vec{AE})$

1 Déterminer les coordonnées des points B, C, D, E, I, J, K.

- 2
- a. Donner un critère pour qu'une droite soit parallèle à un plan.
  - b. Démontrer que la droite (BD) est parallèle au plan (IJK).
  - c. Donner une représentation paramétrique de la droite (CE).

3 Sur l'annexe, à rendre avec la copie, construire la section du cube ABCDEFGH avec le plan (IJK). On laissera les traits de construction.

 **Exercice 4**

8,5 points

8.5 pts Déterminer les limites suivantes, en justifiant avec soin :

1  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3 + 2x^2 + 3x - 2)$

2  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - 3}{(x-1)^2}$

3  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{3x+2}{x-4}}$

4  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + x \sin(x))$

 **Exercice 5**

9,5 points

9.5 pts Soit la fonction  $f$  définie sur  $I = ]-2; +\infty[$  par :

$$f(x) = \frac{x^3}{x+2}$$

1 Déterminer les limites de  $f$  en  $-2$  et en  $+\infty$ .

2 Déterminer la fonction dérivée  $f'$  et montrer que

$$f'(x) = \frac{2x^2(x+3)}{(x+2)^2}$$

3 En déduire le tableau de variation de la fonction  $f$  sur  $] - 2; +\infty[$ .

4 Démontrer que l'équation  $f(x) = -2$  admet une unique solution  $\alpha$  dans l'intervalle  $] - 2; +\infty[$  puis montrer que  $-1,5 < \alpha < 0$ .

Nom : .....

Prénom : .....

# DS 04

**TMATHS**  
ClassNet

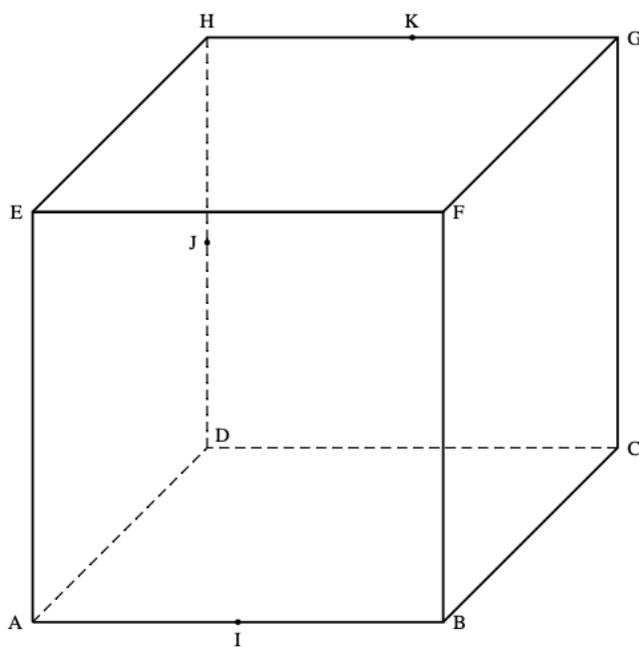


Déc. 2021



Devoir n° 04

.../...



<i>Nom</i> : ..... <i>Prénom</i> : .....	<h1 style="margin: 0;">DS 04 </h1>	<div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">   <small>© Harcourt</small> </div> <div style="text-align: center;">   <i>Déc. 2021</i> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;">   <i>Devoir n° 04</i> </div> <div style="text-align: center;">       .../...     </div> </div>
---	------------------------------------	--

Feuille de réponses de l'exercice 2 :



**A rendre au bout de 20 minutes.**

	Question 1	Question 2	Question 3	Question 4
Réponse				