Nom : .... Prénom :	**DS 06** CASE DES MATHS	1STMG5 Fév. 2022 Devoir n° 06 .../...

*Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. **Faites des phrases claires et précises**.*
Le barème est approximatif. La calculatrice en mode examen est autorisée.

Attention ! Une partie des réponses est sur le sujet. Renseignez bien votre nom et prénom sur le sujet.

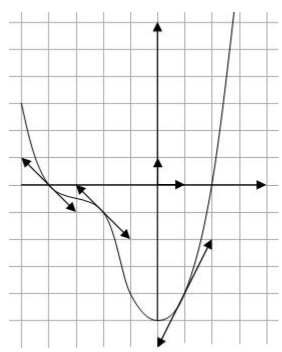
Exercice 1 — 5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées, dont une seule est exacte. Le candidat complètera le tableau de la page 4. On ne demande pas de justification. Il est attribué 1 point si la réponse est exacte. Aucun point n'est enlevé en l'absence de réponse ou en cas de réponse fausse.

1 pt **1** L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est :

a. $y = f(a)(x-a) + f'(a)$ **b.** $y = f'(a)(x-a) + f(a)$ **c.** $y = f'(a)(x+a) + f(a)$

1 pt **2** Par lecture graphique on obtient : $f'(-4)=$



a. -2 **b.** -1 **c.** 1

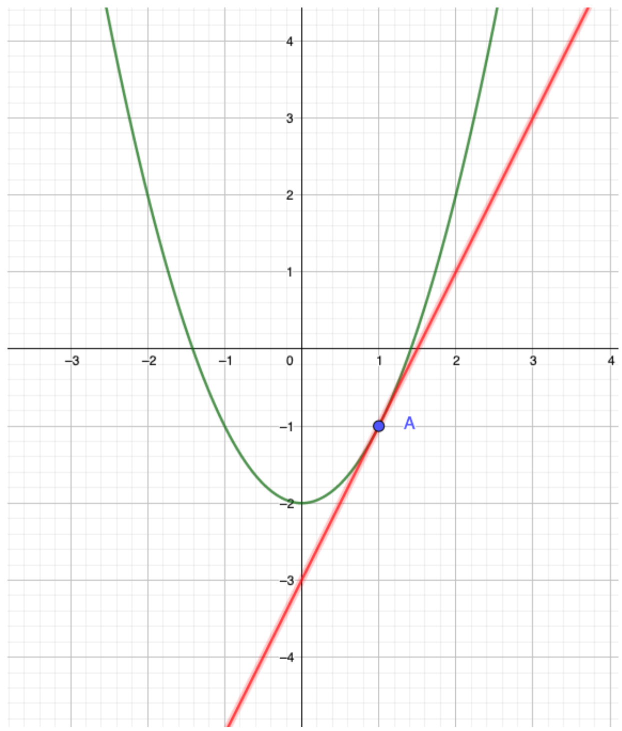
1 pt **3** Par lecture graphique on obtient : $f'(1)=$

a. 2 **b.** -2 **c.** 1

1 pt **4** Soit f la fonction définie par $f(x) = 2x^2$. Le taux d'accroissement de f entre $1+h$ et 1 est :

a. 4 **b.** $4+h$ **c.** $4+2h$

1 pt **5**



La courbe représentative d'une fonction f est tracée dans le repère orthonormé ci-dessus. La tangente T à C_f au point d'abscisse 1 a pour équation :

a. $y = x - 2$ **b.** $y = 2x + 1$ **c.** $y = 2x - 3$

Exercice 2 — 5 points

5 pts On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 + x$

1 Calculer $f(2)$, et $f(2+h)$.

$$f(2) = 2\times 2^2 + 2 = 8 + 2 = 10$$

$$\begin{aligned} f(2+h) &= 2\times(2+h)^2 + 2 + h \\ &= 2(2^2 + 2\times 2\times h + h^2) + 2 + h \\ &= 2(4 + 4h + h^2) + 2 + h \\ &= 8 + 8h + 2h^2 + 2 + h \\ &= 10 + 9h + 2h^2 \end{aligned}$$

$$\boxed{f(2) = 10 \text{ et } f(2+h) = 10 + 9h + 2h^2}$$

2 Calculer $\dfrac{f(2+h) - f(2)}{h}$

$$\begin{aligned} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} &= \frac{10 + 9h + 2h^2 - 10}{h} \\ &= \frac{9h + 2h^2}{h} \\ &= \frac{h(9+2h)}{h} \\ &= 9 + 2h \end{aligned}$$

3 En déduire le nombre dérivé de f en 2.

On calcule $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(2+h)-f(2)}{h} = \lim\limits_{h\to 0} 9+2h = 9$

$$\boxed{\text{Ainsi } f'(2) = 9}$$

4 Donner l'équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2.

T a pour équation $y = f'(2)(x-2)+f(2)$

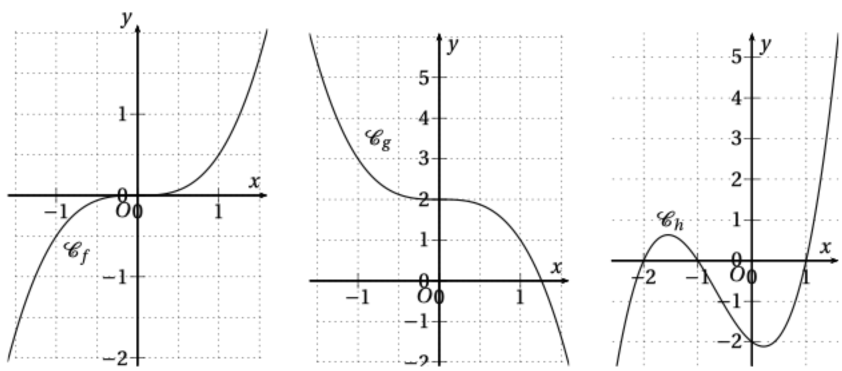
- ✏ $f'(2) = 9$
- ✏ $f(2) = 10$

$$\boxed{T \text{ a pour équation } y = 9(x-2)+10, \text{ soit } y = 9x-8}$$

Exercice 3

6 points

6 pts On donne ci-dessous trois courbes de fonctions, f, g et h, polynômes de degré 3 :



1 Sachant que f est de la forme $f(x) = ax^3$, déterminer a en justifiant.

On lit $f(1) = 0,5$ donc $a\times 1^3 = 0,5$ soit $a = 0,5$

2 Sachant que g est de la forme $g(x) = ax^3+b$, déterminer a et b en justifiant.

On lit $g(0) = 2$ et $g(1) = 1$

$$\begin{array}{ll|ll} g(0)=2 & \iff a\times 0^3+b=2 & g(1)=1 & \iff a\times 1^3+b=1 \\ & \iff b=2 & & \iff a+2=1 \\ & & & \iff a=-1 \end{array}$$

$$\boxed{a=-1 \text{ et } b=2, \text{ ainsi } g(x) = -x^3+2}$$

3 Sachant que h est de la forme $h(x) = a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$, déterminer a, x_1, x_2 et x_3 en justifiant.

On remarque que $-2;-1$ et 1 sont les racines de h.

Donc $h(x) = a(x+2)(x+1)(x-1)$

Comme $h(0) = -2$, on a :

$$h(0) = -2 \iff a(0+2)(0+1)(0-1) = -2 \iff -2a = -2 \iff a = 1$$

$$\boxed{\text{On a ainsi } h(x) = (x+2)(x+1)(x-1)}$$

Exercice 4 — 5 points

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 + 4x^2 - 2x - 4$.

2 pts **1** Montrer que $x_1 = 1, x_2 = -1$ et $x_3 = -2$ sont des racines de f.

$$f(1) = 2\times 1^3 + 4\times 1^2 - 2\times 1 - 4 = 2 + 4 - 2 - 4 = 0$$

$$f(-1) = 2\times(-1)^3 + 4\times(-1)^2 - 2\times(-1) - 4 = 2\times(-1) + 4\times 1 + 2 - 4 = 0$$

$$f(-2) = 2\times(-2)^3 + 4\times(-2)^2 - 2\times(-2) - 4 = 2\times(-8) + 4\times 4 + 4 - 4 = 0$$

Comme $f(1) = f(-1) = f(-2) = 0$, $x_1 = 1, x_2 = -1$ et $x_3 = -2$ sont des racines de f.

1 pt **2** Déterminer a tel que $f(x) = a(x-1)(x+2)(x+1)$.
On calcule $f(0) = 2\times 0^3 + 4\times 0^2 - 2\times 0 - 4 = -4$
Comme $f(0) = -4$, et $f(x) = a(x-1)(x+2)(x+1)$, on déduit :

$$f(0) = -4 \iff a(0-1)(0+2)(0+1) = -1 \iff -2a = -4 \iff a = 2$$

Comme $a = 2$, on déduit $f(x) = 2(x-1)(x+2)(x+1)$.

2 pts **3** On admet que $f(x) = 2(x-1)(x+2)(x+1)$.
Étudier le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x.(On fera un tableau de signes).

x	$-\infty$		-2		-1		1		$+\infty$
signe de 2		+		+		+		+	
signe de $x-1$		-		-		-	0	+	
signe de $x+1$		-		-	0	+		+	
signe de $x+2$		-	0	+		+		+	
signe de $f(x)$		-	0	+		-		+	

Nom :	DS 06	1STMG5	Fév. 2022
Prénom :	CASE DES MATHS	Devoir nº 06	.../...

Feuille de réponses de l'exercice 1 :

✄ ✄

A rendre au bout de 20 minutes.

	Question 1	Question 2	Question 3	Question 4	Question 5
Réponse	b	b	a	c	c