

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. **Faites des phrases claires et précises.**

Attention! Le sujet est recto-verso.

? Exercice 1 _____

3 pts

Mettre sous forme algébrique les nombres complexes suivants :(détailler les calculs!)

$$(2 + 3i)^2, \quad \frac{1}{1+i}, \quad \frac{2+i}{2-4i}, \quad \frac{1}{2+i} + \frac{1}{2-i}.$$

? Exercice 2 _____

3 pts

Soit $z \in \mathbb{C}$. On pose $z = x + iy$ où x et y désignent des nombres réels. Exprimer $Re(iz)$, $Im(iz)$, $Re(\bar{z})$, $Im(\bar{z})$, $Re(z^2)$, $Im(z^2)$ en fonction de x et y .

? Exercice 3 _____

3 pts

Résoudre les équations suivantes :

$(E_1): -3i\bar{z} + 3 = i;$

$(E_2): 2iz - \bar{z} = 2;$

? Exercice 4 _____

2 pts

Calculer la somme $\sum_{k=0}^{10} i^k$. Mettre le résultat sous forme algébrique.

? Exercice 5 _____

Soit l'équation dans \mathbb{C} suivante :

$$z^3 - (4 + i)z^2 + (13 + 4i)z - 13i = 0$$

1 pt **1** Montrer que i est solution de l'équation.

2 pts **2** Déterminer les réels a, b et c tels que :

$$z^3 - (4 + i)z^2 + (13 + 4i)z - 13i = (z - i)(az^2 + bz + c)$$

2 pts **3** Résoudre alors cette équation.



Exercice 6

Soient les nombres complexes : $z_1 = -2i$ et $z_2 = -1 + i\sqrt{3}$.

2 pts **1** Calculer $z_1 \times \overline{z_2}$ et $\frac{z_1}{z_2}$.

2 pts **2** Résoudre dans \mathbb{C} l'équation suivante : $z^2 - 2z + 2 = 0$.

2 pts **3** Déterminer le nombre complexe z_3 tel que $ABCD$ soit un parallélogramme avec A d'affixe z_1 , B d'affixe z_2 , C d'affixe z_3 et D d'affixe $z_4 = \overline{z_2}$.

4 Bonus (3 points) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation suivante : $z^3 + (2 + i)z^2 + 2(1 - i)z + 2i = 0$ sachant qu'il y a une racine imaginaire pure.