

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. **Faites des phrases claires et précises.**  
 Le barème est approximatif. La calculatrice est autorisée.

 **Attention! Le sujet est recto-verso.**

 **Exercice 1** \_\_\_\_\_ *3 points*

3 pts Compléter

**1** Si  $z = -2 + 4i$  alors  $\bar{z} =$

**2** Si  $z = 2 + i$  alors  $z^3 =$

**3** Si  $z = x + iy$  alors  $z\bar{z} =$

 **Exercice 2** \_\_\_\_\_ *3 points*

3 pts Mettre sous forme algébrique les nombres complexes suivants :( détailler les calculs!)

$$(1+i)^2, \quad \frac{1-i}{1+i}, \quad \frac{1}{1+i} - \frac{1}{1-i}$$

 **Exercice 3** \_\_\_\_\_ *3 points*

3 pts Soit  $z \in \mathbb{C}$ . On pose  $z = x + iy$  où  $x$  et  $y$  désignent des nombres réels.  
 On donne  $f(z) = z^2 - 2z + i$ .  
 Calculer  $Re(f(z))$  et  $Im(f(z))$  en fonction de  $x$  et  $y$ .

 **Exercice 4** \_\_\_\_\_ *4 points*

4 pts Résoudre les équations suivantes :

$(E_1): (1+i)z = 2iz + 1$

$(E_2): 2iz + 3\bar{z} = -4 - i;$

 **Exercice 5** \_\_\_\_\_ *3 points*

3 pts Résoudre dans  $\mathbb{C}$  les équations suivantes :

$$z^2 + 25 = 0; \quad z^2 + 4z + 32 = 0$$

 Exercice 6

5 points

Soit l'équation dans  $\mathbb{C}$  suivante :

$$z^3 + 4z^2 + 9z + 10 = 0$$

1 pt **1** Montrer que  $-2$  est solution de l'équation.

2 pts **2** Déterminer les réels  $a, b$  et  $c$  tels que :

$$z^3 + 4z^2 + 9z + 10 = (z + 2)(az^2 + bz + c)$$

2 pts **3** Résoudre alors cette équation.

 Exercice 7

3 points

3 pts On note  $j = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

**1** Calculer sous forme algébrique  $j^2$ ;  $j^3$ .

**2** En déduire pour tout entier naturel  $n$  :  $j^{3n}$ ,  $j^{3n+1}$ ,  $j^{3n+2}$ .

**3** Calculer la somme :

$$S = 1 + j + j^2 + j^3 + j^4 + \dots + j^{2025}$$