Nom :	**DS 05**	2nde 06 — *Nov. 2022*
Prénom :		*Devoir nº 08* — .../...

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. ***Faites des phrases claires et précises.***
Le barème est approximatif. La calculatrice est autorisée.

Attention ! Le sujet est recto-verso. Attention ! Le sujet est recto-verso.

Exercice 1 — 5 points

Je connais le cours : **complétez** les phrases suivantes sur le sujet. **Je connais le cours :** **complétez** les phrases suivantes sur le sujet.

1 pt — **1** Si f est une fonction affine, alors pour tout réel x ; $f(x) = ax + b$

1 pt — **2** Si f est une fonction affine alors pour tous réels u, v , le coefficient directeur vaut :

$$a = \frac{f(u) - f(v)}{u - v} \textbf{ ou } \frac{f(v) - f(u)}{v - u}$$

1 pt — **3** Si f est une fonction affine vérifiant $f(3) = 2$ et $f(5) = 6$; , le coefficient directeur vaut :

$$a = \frac{f(5) - f(3)}{5 - 3} = \frac{6 - 2}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

1 pt — **4** On donne f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x + 2$, compléter le tableau de variation de f, en le jusifiant :
Déjà f est une fonction affine.Comme le coefficient directeur est $a = -3$, $a < 0$; on peut affirmer que la fonction f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

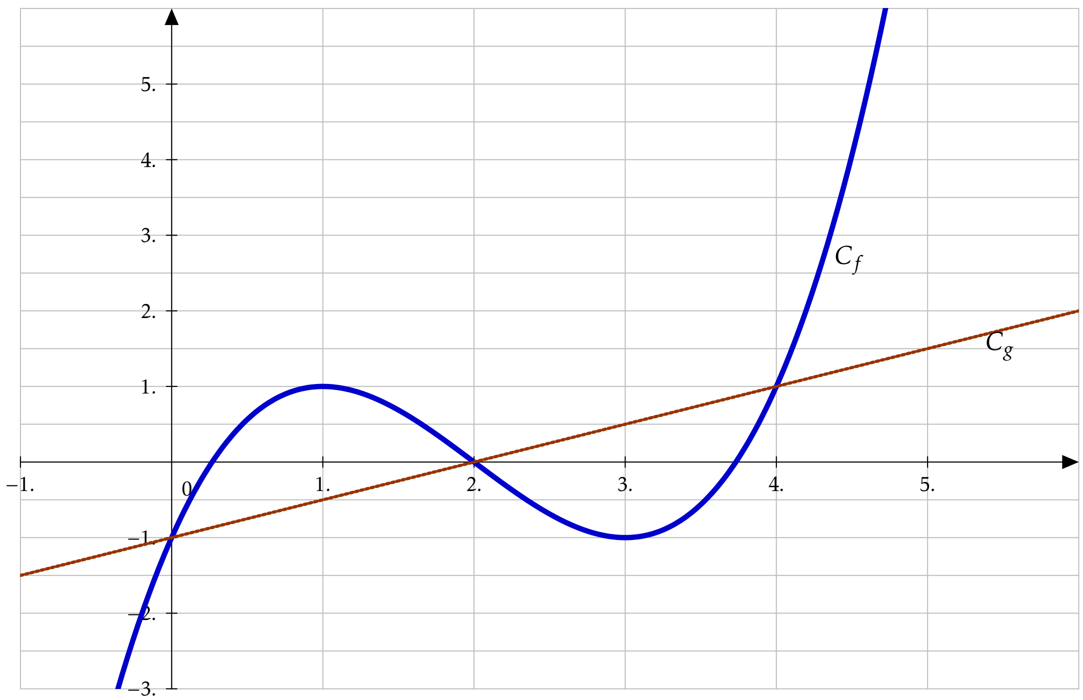
x	$-\infty$	$+\infty$
Variations de f	↘	

1 pt — **5** On donne g la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 4x + 3$, compléter le tableau de signe de g, en le jusifiant :
Déjà g est une fonction affine.Comme le coefficient directeur est $a = 4$, $a > 0$; on peut affirmer que la fonction g estdu signe de a après le zéro.

$$\begin{aligned} g(x) = 0 &\iff 4x + 3 = 0 \\ &\iff 4x = -3 \\ &\iff x = -\frac{3}{4} \end{aligned}$$

x	$-\infty$		$-\frac{3}{4}$		$+\infty$
signe de $g(x)$		$-$	0	$+$	

Exercice 2 — 8 points



0.5 pt **1** Sur quel intervalle f est-elle définie ?

$$\boxed{\text{La fonction } f \text{ est définie sur } D_f = \mathbb{R}.}$$

0.5 pt **2** $f(2) =$

$$\boxed{f(2) = 0}$$

1 pt **3** Antécédents de 1 par f :
La droite horizontale d'ordonnée 1, rencontre la courbe de f aux points d'abscisses 1 et 4, donc

$$\boxed{\text{1 a un deux antécédents par } f \text{ les réels 1 et 4.}}$$

1.5 pt **4** Résoudre $f(x) = -1$:
La droite horizontale d'ordonnée -1, rencontre la courbe de f aux points d'abscisses 0, donc

$$\boxed{\mathcal{S} = \{0; 3\}.}$$

1.5 pt **5** Résoudre $f(x) > 1$:
Les solutions de l'inéquation $f(x) > 1$ sont les abscisses des points pour lesquels la courbe C_f est située au-dessus de la droite d'ordonnée 1.

$$\boxed{\mathcal{S} =]4;+\infty[}$$

1.5 pt **6** Résoudre $f(x) = g(x)$:
Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection des courbes C_f et C_g.

$$\boxed{\mathcal{S} = \{0;2;4\}.}$$

1.5 pt **7** Résoudre $f(x) > g(x)$:
Les solutions de l'équation $f(x) > g(x)$ sont les abscisses des points pour lesquels la courbe C_f est située strictement au-dessus de C_g :

$$\boxed{\mathcal{S} =]0;2[\cup]4;+\infty[}$$

Exercice 3 — 4 points

Soit f la fonction affine définie pour tout réel x telle que $f(3) = -2$ et $f(-1) = 4$.

3 pts **1** Donner une expression de $f(x)$ en fonction de x.
Comme f est affine ; pour tout x réel, on a $f(x) = ax + b$ où :

$$\begin{aligned} a &= \frac{f(v) - f(u)}{v - u} \\ &= \frac{f(3) - f(-1)}{3 - (-1)} \\ &= \frac{-2 - 4}{4} = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

Calcul de b :

$$\begin{aligned} f(3) = -2 &\iff 3a + b = -2 \\ &\iff 3 \times \left(-\frac{3}{2}\right) + b = -2 \\ &\iff -\frac{9}{2} + b = -2 \\ &\iff b = -2 + \frac{9}{2} = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{Conclusion : la fonction } f \text{ est définie sur } \mathbb{R} \text{ par } f(x) = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}}$$

1 pt **2** Quel est le sens de variation de la fonction f ?
f est affine avec un coefficient directeur strictement négatif : $a = -\frac{3}{2}$, donc f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

Exercice 4 — 6 points

Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des inéquations suivantes et écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des solutions de l'inéquation.

1.5 pt **1**

$$\begin{aligned} 3 - 2x \leqslant \tfrac{2}{3} &\iff -2x \leq -3 + \tfrac{2}{3} \\ &\iff -2x \leq -\tfrac{9}{3} + \tfrac{2}{3} \\ &\iff -2x \leq -\tfrac{7}{3} \\ &\iff x \geq -\tfrac{7}{3} \times \left(-\tfrac{1}{2}\right) \\ &\iff x \geq \tfrac{7}{6} \end{aligned}$$

$$\mathcal{S} = \left[\frac{7}{6};+\infty\right[$$

2 pts **2** $(2x+7)(8-5x) \geq 0$;

x	$-\infty$		$-\frac{7}{2}$		$\frac{8}{5}$		$+\infty$
signe de $(2x+7)$		-	0	+		+	
signe de $8-5x$		+		+	0	-	
signe de $f(x)$		-	0	+	0	-	

$(2x+7)(8-5x) \geq 0 \iff f(x) \geq 0$
On lit l'ensemble des solutions sur le tableau précédent :

$$\boxed{\mathcal{S} = \left[-\frac{7}{2}; \frac{8}{5}\right]}$$

2.5 pts **3** $(5x+7)^2 \geqslant 5x+7$
On se ramène à une étude de signes :

$$\begin{aligned}(5x+7)^2 \geqslant 5x+7 &\iff (5x+7)^2-(5x+7) \geqslant \\ &\iff (5x+7)^2-(5x+7)\times 1 \geqslant 0 \\ &\iff (5x+7)((5x+7)-1) \geqslant 0 \\ &\iff (5x+7)(5x+6) \geqslant 0\end{aligned}$$

x	$-\infty$		$-\frac{7}{5}$		$-\frac{6}{5}$		$+\infty$
signe de $(5x+7)$		-	0	+		+	
signe de $5x+6$		-		-	0	+	
signe de $g(x)$		+	0	-	0	+	

$(5x+7)(5x+6) \geq 0 \iff g(x) \geq 0$
On lit l'ensemble des solutions sur le tableau précédent :

$$\boxed{\mathcal{S} = \left]-\infty; -\frac{7}{5}\right] \cup \left[-\frac{6}{5}; +\infty\right[}$$