Nom :	DS 03	2nde 06 Oct. 2022
Prénom :		Devoir n° 06 .../...

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. ***Faites des phrases claires et précises.***
Le barème est approximatif. La calculatrice est autorisée.

Attention ! Le sujet est recto-verso. Attention ! Le sujet est recto-verso.

Exercice 1 — 3 points

3 pts [Cours] Compléter sur le sujet Les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $x^2 = a$ dépendent du signe de a.

- Si $a < 0$, alors l'équation n'a pas de solution.
- Si $a = 0$, alors l'équation possède une unique solution qui est 0.
- Si $a > 0$, alors l'équation possède deux solutions qui sont $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$.

Exercice 2 — 15 points

Résoudre les équations données dans l'ensemble des nombres réels.

Remarques :

- Ne pas faire de conclusion, mais écrire simplement l'ensemble des solutions noté S.
- Bien chercher les éventuelles « valeur(s) interdite(s) »des équations quotients.

2 pts **1** $3x + 2(1 - 2x) = 2x + 3$

$$\begin{aligned} 3x + 2(1-2x) = 2x+3 &\iff 3x + 2 - 4x = 2x + 3 && \text{On développe} \\ &\iff -x + 2 = 2x + 3 && \text{On réduit} \\ &\iff -x + 2 - 2x = 3 && \text{On ajoute } -2x \\ &\iff -3x = 3 - 2 && \text{On ajoute } -2 \\ &\iff -3x = 1 \\ &\iff x = -\tfrac{1}{3} && \text{On divise par } -3 \end{aligned}$$

$$\boxed{\mathcal{S} = \left\{-\tfrac{1}{3}\right\}}$$

2 pts **2** $(3x + 4)(x + 2) = 0$

$$\begin{aligned} (3x+4)(x+2) = 0 &\iff 3x + 4 = 0 \text{ ou } x + 2 = 0 && \text{règle du produit nul} \\ &\iff x = -\tfrac{4}{3} \text{ ou } x = -2 \end{aligned}$$

$$\boxed{\mathcal{S} = \left\{-\tfrac{4}{3}; -2\right\}}$$

1.5 pt **3**

$(2x + 3)^2 + 10 = 0$

$$(2x+3)^2 + 10 = 0 \iff (2x+3)^2 = -10$$

Le carré d'un réel est toujours positif, donc pour tout réel x, on a $(2x + 3)^2 \geq 0$, or comme $-10 < 0$, l'équation $(2x + 3)^2 = -10$ n'a pas de solution.

$$\boxed{\mathcal{S} = \emptyset}$$

2.5 pts **4**

$(3x+4)^2 - (5x+1)^2 = 0$

$$\begin{aligned}
(3x+4)^2 - (5x+1)^2 = 0 &\iff [(3x+4)-(5x+1)][(3x+4)+(5x+1)] = 0 && \text{On utilise } A^2 - B^2 = (A-B)(A+B)\\
&\iff (3x+4-5x-1)(3x+4+5x+1) = 0\\
&\iff (-2x+3)(8x+5) = 0\\
&\iff -2x+3 = 0 \text{ ou } 8x+5 = 0 && \text{règle du produit nul}\\
&\iff x = \tfrac{3}{2} \text{ ou } x = -\tfrac{5}{8}
\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathcal{S} = \left\{\tfrac{3}{2}; -\tfrac{5}{8}\right\}}$$

1.5 pt **5**

$\dfrac{3x-5}{2x+8} = 0$

- ✍ Valeur interdite : $2x+8 = 0 \iff 2x = -8 \iff x = -4$
  -4 est valeur interdite.
- ✍ Si $x \neq -4$, $\dfrac{3x-5}{2x+8} = 0 \iff 3x-5 = 0 \iff 3x = 5 \iff x = \frac{5}{3}$
- ✍ Comme $\frac{5}{3} \neq -2$, on déduit que $\frac{5}{3}$ est solution.

$$\boxed{\mathcal{S} = \left\{-\tfrac{5}{3}\right\}}$$

2.5 pts **6**

$\dfrac{1}{2x+1} = \dfrac{2}{x+2}$

- ✍ Valeurs interdites :
  - $2x+1 = 0 \iff 2x = -1 \iff x = -\frac{1}{2}$
  - $x+2 = 0 \iff x = -2$

  Donc -2 et $-\frac{1}{2}$ sont valeurs interdites.
- ✍ Si $x \neq -2$ et si $x \neq -\frac{1}{2}$,

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2x+1} = \frac{2}{x+2} &\iff \frac{1}{2x+1} - \frac{2}{x+2} = 0\\
&\iff \frac{1(x+2)}{(2x+1)(x+2)} - \frac{2(2x+1)}{(x+2)(2x+1)} = 0\\
&\iff \frac{(x+2)-2(2x+1)}{(2x+1)(x+2)} = 0\\
&\iff \frac{x+2-4x-2}{(2x+1)(x+2)} = 0\\
&\iff \frac{-3x}{(2x+1)(x+2)} = 0\\
&\iff -3x = 0\\
&\iff x = 0
\end{aligned}$$

- ✍ Comme $0 \neq -2$ et $0 \neq -\frac{1}{2}$, on déduit que 0 est solution.

$$\boxed{\mathcal{S} = \{0\}}$$

1.5 pt **7**

$\dfrac{5x-7}{x^2+4} = 0$

- ✍ Valeur interdite : $x^2+4=0 \iff x^2=-4$
  Cette équation n'a pas de solution, car le carré d'un réel est toujours positif.
  Cette équation n'a pas de valeur interdite.
- ✍ $\dfrac{5x-7}{x^2+4} = 0 \iff 5x-7=0 \iff 5x=7 \iff x=\frac{7}{5}$
- ✍ Comme il n'y a pas de valeur interdite on déduit que $\frac{7}{5}$ est solution.

$$\boxed{\mathcal{S} = \left\{-\frac{5}{3}\right\}}$$

1.5 pt **8**

$3(1-2x)+4(x-2) \geq 1-(2-5x)$

$$\begin{aligned}
3(1-2x)+4(x-2) \geq 1-(2-5x) &\iff 3-6x+4x-8 \geq 1-2+5x && \text{On développe}\\
&\iff -2x-5 \geq 5x-1 && \text{On réduit}\\
&\iff -2x-5-5x \geq -1 && \text{On ajoute } -5x\\
&\iff -7x-5 \geq -1 && \\
&\iff -7x \geq 4 && \text{On ajoute } 5\\
&\iff x \leq -\frac{4}{7} && \text{On divise par } -7<0
\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathcal{S} = \left]-\infty ; -\frac{4}{7}\right]}$$

Exercice 3 **5 points**

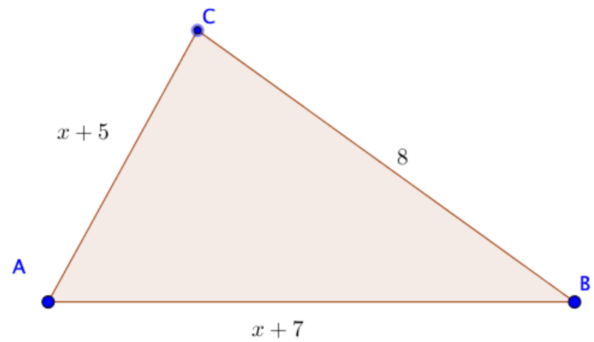
On considère la figure ci-contre(x désigne un nombre strictement positif.)

1 Développer $(x+5)^2$ et $(x+7)^2$.

$$(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$$
$$(x+7)^2 = x^2 + 14x + 49$$

2 On veut savoir s'il existe un valeur de x pour laquelle le triangle ABC est rectangle en C.
Montrer que la sollution de ce problème revient à résoudre l'équation :

$$14x + 49 = 10x + 89$$



$$\begin{aligned} ABC \text{ est rectangle en } C &\iff AC^2 + CB^2 = Al \\ &\iff (x+5)^2 + 8^2 = ((\\ &\iff x^2 + 10x + 25 + 64 = x^2 + 14x + 49 \\ &\iff 10x + 89 = 14x + 49 \end{aligned}$$

3 Résoudre cette équation puis conclure.

$$\begin{aligned} 14x + 49 = 10x + 89 &\iff 10x = 40 \\ &\iff x = 10 \end{aligned}$$

Le triangle ABC est rectangle en C ssi $x = 10$. On peut vérifier que $15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289 = 17^2$