

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. **Faites des phrases claires et précises.**  
 Le barème est approximatif. La calculatrice est autorisée.

**Attention! Le sujet est recto-verso.**

**Exercice 1**

*1 point*

1 pt Donner la liste des nombres premiers inférieurs à 20 (sans justifier) :

la liste des nombres premiers inférieurs à 20 : 2;3;5;7;11;13;17;19.

**Exercice 2**

*4,5 points*

4.5 pts

**1** Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres 630, 660 et 585 :

$\begin{array}{r l} 630 & 2 \\ & 315 & 3 \\ & 105 & 3 \\ & 35 & 5 \\ & 7 & 7 \\ & 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 660 & 2 \\ & 330 & 2 \\ & 165 & 3 \\ & 55 & 5 \\ & 11 & 11 \\ & 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 585 & 3 \\ & 195 & 3 \\ & 65 & 5 \\ & 13 & 13 \\ & 1 & \end{array}$
--	--	---

$630 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$ ;  $660 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 11$  et  $585 = 3 \times 3 \times 5 \times 13$

**2** Simplifier chacune des fractions suivantes pour obtenir une fraction irréductible (on détaillera les simplifications) :  $A = \frac{630}{660}$ ;  $B = \frac{585}{660}$  et  $C = \frac{630}{585}$

$\begin{aligned} A &= \frac{630}{660} \\ &= \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 3 \times \cancel{5} \times 7}{\cancel{2} \times 2 \times \cancel{3} \times \cancel{5} \times 11} \\ &= \frac{21}{22} \end{aligned}$	$\begin{aligned} B &= \frac{585}{660} \\ &= \frac{\cancel{3} \times 3 \times \cancel{5} \times 13}{2 \times 2 \times \cancel{3} \times \cancel{5} \times 11} \\ &= \frac{39}{44} \end{aligned}$	$\begin{aligned} C &= \frac{630}{585} \\ &= \frac{2 \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{5} \times 7}{\cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{5} \times 13} \\ &= \frac{14}{13} \end{aligned}$
---	---	--

$A = \frac{630}{660} = \frac{21}{22}$ ;  $B = \frac{585}{660} = \frac{39}{44}$  et  $C = \frac{630}{585} = \frac{14}{13}$

**Exercice 3**

*3 points*

3 pts

**1** Déterminer à quel intervalle appartient l'ensemble des réels  $x$  tels que :

a.  $x \leq \frac{1}{3}$

b.  $3 < x < 5$

c.  $x > 8$

$x \in ]-\infty; \frac{1}{3}]$

$x \in ]3; 5[$

$x \in ]8; +\infty[$

2 Tradire chacune des conditions sur  $x$  à l'aide d'une inégalité ou une double inégalité :

a.  $x \in ]2; 3]$

b.  $x \in ]13; +\infty[$

c.  $x \in [-1; 3]$

$2 < x \leq 3$

$x > 13$

$-1 \leq x \leq 3$

Exercice 4

5 points

5 pts On donne les intervalles de nombres suivants :  $I = ]-\infty; 3]$   $J = [-1; 5]$  et  $K = ]3; +\infty[$   
Compléter de la façon la plus simple possible :

1  $I \cup J = ]-\infty; 5]$

4  $K \cup J = [-1; +\infty[$

2  $I \cap J = [-1; 3]$

5  $J \cap \mathbb{Z} = \{-1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$

3  $I \cup K = \mathbb{R}$

6  $\mathbb{D} \cup \mathbb{Q} = \mathbb{Q}$

Exercice 5

4.5 points

4.5 pts Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes :

1  $2x + 5 \leq 3x - 2$

2  $2(1 - x) + 5(2x - 3) < x + 6$

3  $\frac{x-1}{2} \geq \frac{1-5x}{3}$

1

$$\begin{aligned}
2x + 5 \leq 3x - 2 &\iff 2x + 5 - 3x \leq 3x - 2 - 3x && \text{On ajoute } -3x \text{ de chaque côté} \\
&\iff -x + 5 \leq -2 \\
&\iff -x + 5 - 5 \leq -2 - 5 && \text{On ajoute } -5 \text{ de chaque côté} \\
&\iff -x \leq -7 \\
&\iff x \geq 7 && \text{On multiplie par } -1 < 0 \text{ de chaque côté}
\end{aligned}$$

$\mathcal{S} = [7 + \infty[$

2

$$\begin{aligned}
2(1 - x) + 5(2x - 3) < x + 6 &\iff 2 - 2x + 10x - 15 < x + 6 && \text{On distribue} \\
&\iff 8x - 13 < x + 6 && \text{On réduit} \\
&\iff 8x - x - 13 < x + 6 - x && \text{On ajoute } -x \text{ de chaque côté} \\
&\iff 7x - 13 < 6 \\
&\iff 7x < 19 && \text{On ajoute } 13 \text{ de chaque côté} \\
&\iff x < \frac{19}{7} && \text{On divise par } 7 > 0 \text{ de chaque côté}
\end{aligned}$$

$\mathcal{S} = ]-\infty; \frac{19}{7}[$

**3**

$$\begin{aligned} \frac{x-1}{2} \geq \frac{1-5x}{3} &\iff \frac{6(x-1)}{2} \geq \frac{6(1-5x)}{3} && \text{On multiplie par } 6 > 0. \\ &\iff 3(x-1) \geq 2(1-5x) && \text{On simplifie} \\ &\iff 3x-3 \geq 2-10x && \text{On distribue} \\ &\iff 13x-3 \geq 2 && \text{On ajoute } 10x \text{ de chaque côté} \\ &\iff 13x \geq 5 && \text{On ajoute } 3 \text{ de chaque côté} \\ &\iff x \geq \frac{5}{13} && \text{On divise par } 13 > 0 \text{ de chaque côté} \end{aligned}$$

$$\mathcal{S} = \left[ \frac{5}{13}; +\infty[ \right]$$

**Exercice 6 Un peu de calcul***4 points*

4 pts

**1** Calculer  $A = \frac{2}{3} + \frac{4}{5} \times 3$

$$\begin{aligned} A &= \frac{2}{3} + \frac{4}{5} \times 3 \\ &= \frac{2}{3} + \frac{12}{5} \\ &= \frac{10}{15} + \frac{36}{15} = \frac{46}{15} \end{aligned}$$

$$A = \frac{46}{15}$$

**2** Simplifier  $B = (\sqrt{3} + 2)^2$

$$\begin{aligned} B &= (\sqrt{3} + 2)^2 \\ &= \sqrt{3}^2 + 2 \times \sqrt{3} \times 2 + 2^2 \\ &= 3 + 4\sqrt{3} + 4 \end{aligned}$$

$$B = 7 + 4\sqrt{3}$$

**3** Développer  $C = (x+2)(2x-3) + (2x+1)(2-5x)$

$$\begin{aligned} C &= (x+2)(2x-3) + (2x+1)(2-5x) \\ &= 2x^2 - 3x + 4x - 6 + 4x - 10x^2 + 2 - 5x \\ &= -8x^2 - 4 \end{aligned}$$

**4** Factoriser  $D = (3x-1)(2x+3) - x(3x-1)$

$$\begin{aligned} D &= (3x-1)(2x+3) - x(3x-1) \\ &= (3x-1)[(2x+3) - x] \\ &= (3x-1)(x+3) \end{aligned}$$

$$D = (3x-1)(x+3)$$

**Exercice 7 Bonus***2 points*

2 pts Montrer que la somme de cinq entiers consécutifs est divisible par 5.

Soit  $n$  un entier.  $n, n+1, n+2, n+3, n+4$  sont 5 entiers consécutifs.Leur somme est  $S = n + n+1 + n+2 + n+3 + n+4 = 5n+10$ Mais  $S = 5n+10 = 5(n+2)$ Comme  $n$  est un entier  $n+2$  est un entier ainsi la somme de cinq entiers consécutifs est divisible par 5.