

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. **Faites des phrases claires et précises.**
Le soin apporté dans la réalisation des figures est important !

Attention! Le sujet est recto-verso.

Exercice 1

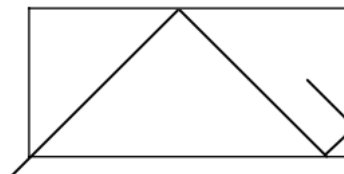
Démontrer la proposition suivante : « Un entier est pair si, et seulement si, son carré est pair. »

Exercice 2

[Multiples et diviseurs : un problème ouvert]

Le problème

Un billard un peu spécial



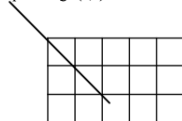
A chacun des sommets d'un billard rectangulaire, une ouverture permet d'envoyer un rayon lumineux qui se réfléchit sur les côtés du rectangle.

On se donne deux conditions supplémentaires :

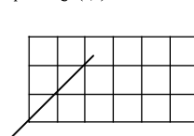
- 1 Le billard peut être quadrillé de façon régulière.
- 2 On envoie le rayon de lumière suivant la diagonale d'un carré du quadrillage. Il se réfléchit donc de la même façon. Sa trajectoire suit toujours les diagonales du quadrillage.

Exemple 1

quadrillage (5,3)



quadrillage (6,3)



Pour chaque exemple :

- dessiner la trajectoire de la lumière.
- combien le rayon traverse-t-il de carrés du quadrillage avant de sortir ?

Méthode 1

Connaissant les dimensions (m,n) du quadrillage, peut-on prévoir le nombre de carrés traversés par le rayon lumineux ?

Méthode 2

On n'hésitera pas à tester des quadrillages de grande taille :

- (24; 36)
- (45; 30)

Méthode 3. Compléter ...

- Si m est multiple de n , le nombre de carreaux traversés est \dots .
- Si m et n sont premiers entre eux, le nombre de carreaux traversés est \dots .