| | | |
|---|---|---|
| *Nom :* ........................ <br> *Prénom :* ........................ | **DS** | 2nde05 *Oct. 2019* <br> *Devoir nº 04* .../... |

*Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation.* ***Faites des phrases claires et précises.***
*Le barème est approximatif. La calculatrice est autorisée.*

**Attention ! Le sujet est recto-verso.**

## Exercice 1 — 2 points

**Cours :** Relevez et complétez les phrases suivantes sur votre copie.

1 pt **1** Si $f$ est une fonction croissante sur $I$ intervalle, alors pour tous réels $u, v$ de $I$, si $u \leq v$ alors $f(u) \leq f(v)$

1 pt **2** Si $f$ est une fonction strictement décroissante sur $I$ intervalle, alors pour tous réels $u, v$ de $I$, si $u < v$ alors $f(u) > f(v)$

## Exercice 2 — 3 points

3 pts

Compléter :

| | | | |
|---|---|---|---|
| $x < 5$ | x est strictement inférieur à 5 | $x \in ]-\infty\,;\,5[$ |  |
| $-7 < x < 9$ | $x$ est compris entre 7 exclu et 9 exclu | $x \in ]7\,;\,9[$ |  |
| $-3 < x \leqslant 1$ | $x$ est compris entre -3 exclu et 1 inclus | $x \in ]-3\,;\,1]$ |  |
| $-5 \leqslant x < 1$ | $x$ est supérieur ou égal -5 et strictement inférieur à 1 | $x \in [-5\,;\,1[$ |  |

## Exercice 3 — 3 points

3 pts Recopier et compléter par $\in$ ou $\notin$ :

1. $\boxed{\dfrac{17}{4} \in ]4\ ;\ 5[}$ car $4 = \dfrac{16}{4} < \dfrac{17}{4}$ et $5 = \dfrac{20}{4}$ donc $\dfrac{17}{4} < 5$
2. $\boxed{2 \notin ]2\ ;\ +\infty[}$ car 2 es exclu de l'intervalle (crochet ouvert)
3. $\boxed{0,333 \notin \left[\dfrac{1}{3}\ ;\ 5\right]}$ $\dfrac{1}{3} = 0,3333333\cdots > 0,333$
   donc $0,333 < \dfrac{1}{3}$
4. $\boxed{-5,1 \notin [-5\ ;\ -2]}$ car $-5,1 < -5 < -2$
5. $\boxed{\pi \in ]3,14\ ;\ +\infty}[$ car $\pi \approx 3,1415 > 3,14$
6. $\boxed{0 \notin ]-5\ ;\ 0[}$ car le crochet en 0 est ouvert.

## Exercice 4 — 4,5 points

On considère une fonction $f$ dont le tableau de variations est le suivant :

| $x$ | $-10$ | $-\frac{7}{2}$ | $1$ | $2$ | $\frac{17}{3}$ | $8$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Variations de $f$ | $-2$ ↘ | $-5$ ↗ | $0$ ↘ | $-3$ ↗ | | $4$ |

On donne de plus $f\left(\frac{17}{3}\right) = 0$.

1.5 pt **1** Comparer $f(-4)$ et $f\left(-\dfrac{13}{3}\right)$

> Sur l'intervalle $\left[-10; -\dfrac{7}{2}\right]$, la fonction $f$ est strictement décroissante et $-\dfrac{13}{3} < -4$ donc $f\left(-\dfrac{13}{3}\right) > f(-4)$.

1.5 pt **2** Peut-on comparer les images de 0 et de 2 ?
D'après le tableau de variation : $-5 < f(0) < 0$ et $f(2) = -3$.

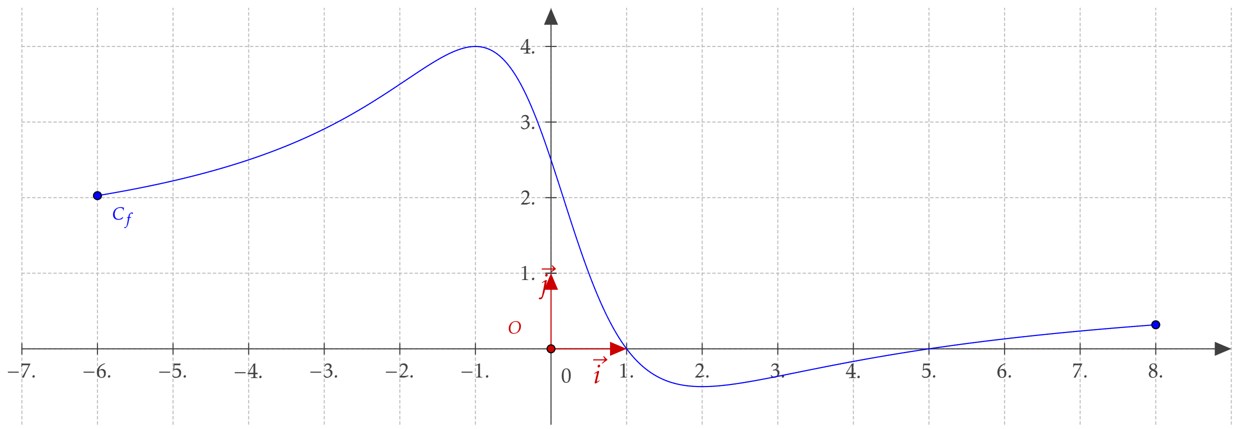
> Par conséquent, le tableau de variations ne permet pas de comparer les images de 0 et de 2.

1.5 pt **3** Résoudre l'inéquation $f(x) \leqslant 0$ ?

> D'après le tableau de variation, l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \leqslant 0$ est l'intervalle $\left[-10; \dfrac{17}{3}\right]$.

## Exercice 5 — 5,5 points

Soit $f$ la fonction définie pour tout réel $x$ de l'intervalle $[-6; 8]$. La courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction $f$ est donnée ci-dessous.




0.5 pt **1** Lire graphiquement l'image de 0 par la fonction $f$.
La courbe $C_f$ coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnée $(0;2,5)$

$$\boxed{f(0) = 2,5}$$

1 pt **2** Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$.
La courbe $C_f$ coupe l'axe des abscisses en deux points d'abscisses respectives 1 et 5.

$$\boxed{\text{L'ensemble des solutions de l'équation } f(x) = 0 \text{ est } \mathcal{S} = \{1;5\}.}$$

1.5 pt **3** Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geqslant \frac{5}{2}$.
La courbe représentative de la fonction $f$ est située en dessus de la droite d'équation $y = 2,5$ sur l'intervalle $[-4;0]$.

$$\boxed{\text{L'ensemble des solutions de l'inéquation} f(x) \geqslant \frac{5}{2} \text{ est l'intervalle } [-4;0].}$$

1.5 pt **4** Donner le tableau de variation de la fonction $f$.

| $x$ | $-6$ | | $-1$ | | $2$ | | $8$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Variations de $f$ | | ↗ | $4$ | ↘ | $-0.5$ | ↗ | |

1 pt **5** Si $a$ est un réel de l'intervalle $[-4;5]$, à quel intervalle appartient $f(a)$?
Sur l'intervalle $[-4;5]$, le minimum de la fonction $f$ est égal à -0,5 et le maximum de la fonction est égal à 4 donc :

$$\boxed{\text{si } a \text{ est un réel de l'intervalle } [-4;5] \text{ alors, } f(a) \in [-0,5;4].}$$

## Exercice 6 — 9 points

Soit $g$ la fonction définie sur $[-1 ; 8]$ par : $g(x) = (x-2)^2 - 9$ de courbe $\mathcal{C}_g$.

1 pt **1** Développer, réduire et ordonner $g(x)$ :

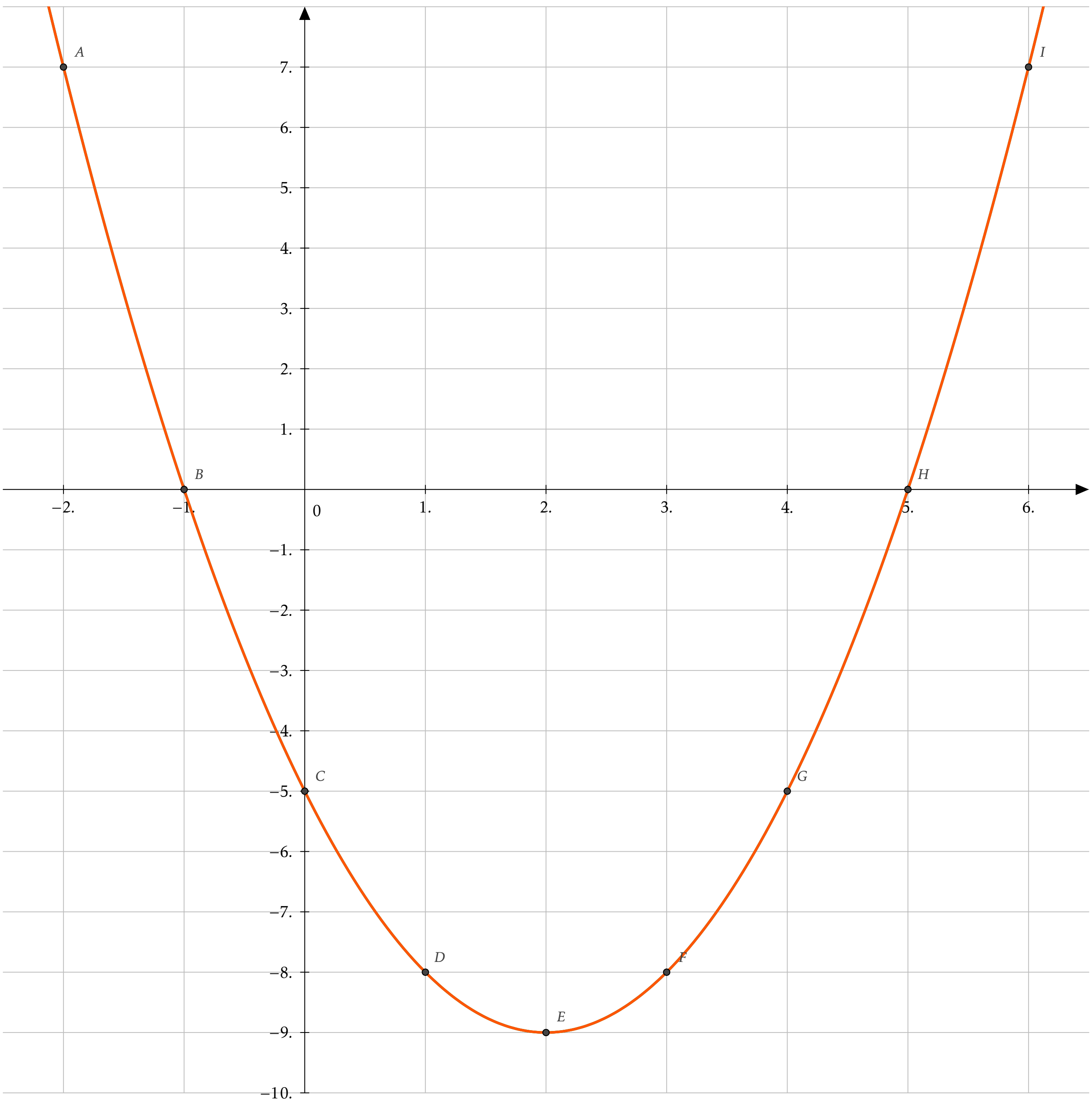
$$\begin{aligned} g(x) &= (x-2)^2 - 9 \\ &= x^2 - 4x + 4 - 9 \\ &= x^2 - 4x - 5 \end{aligned}$$

$$\boxed{g(x) = x^2 - 4x - 5}$$

2 pts **2** Compléter le tableau de valeurs suivant :

| $x$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 7 | 0 | -5 | -8 | -9 | -8 | -5 | 0 | 7 |

2 pts **3** Tracer $\mathcal{C}_g$ sur le graphique ci-dessous.




1 pt **4** Résoudre graphiquement l'équation $g(x) = 0$
Les solutions de l'équation $g(x) = 0$ sont les abscisses des points d'intersection de $C_g$ avec l'axe des abscisses.

$$\boxed{\mathcal{S} = \{-1;5\}.}$$

1.5 pt **5** Factoriser l'expression $g(x) = (x-2)^2 - 9$

$$\begin{aligned} g(x) \quad &= (x-2)^2 - 9 \\ &= (x-2)^2 - 3^2 \\ &= (x-2-3)(x-2+3) \\ &= (x-5)(x+1) \end{aligned}$$

$$\boxed{g(x) = (x-5)(x+1)}$$

1.5 pt **6** Retrouver le résultat de la question 4.

$$\begin{aligned} g(x) = 0 \quad &\Longleftrightarrow (x-5)(x+1) = 0 \\ &\Longleftrightarrow (x-5) = 0 \text{ ou } (x+1) = 0 \\ &\Longleftrightarrow x = 5 \text{ ou } x = -1 \end{aligned}$$

D'où la conclusion :

$$\boxed{\text{L'ensemble des solutions de l'équation } g(x) = 0 \text{ est } \mathcal{S} = \{-1;5\}}$$