Nom :	DS	2nde	Oct. 2017
Prénom :		Devoir n° 04	.../...

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. ***Faites des phrases claires et précises.***
Le barème est approximatif. La calculatrice est autorisée.

Attention ! Le sujet est recto-verso.

Exercice 1 — 2 points

Cours : Relevez et complétez les phrases suivantes sur votre copie.

1 pt **1** Si f est une fonction croissante sur I intervalle, alors pour tous réels u, v de I, si $u \leq v$ alors $f(u) \leq f(v)$

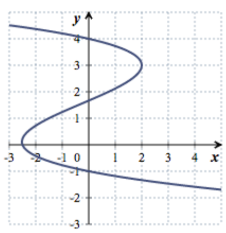
1 pt **2** Si f est une fonction strictement décroissante sur I intervalle, alors pour tous réels u, v de I, si $u < v$ alors $f(u) > f(v)$

Exercice 2 — 3 points

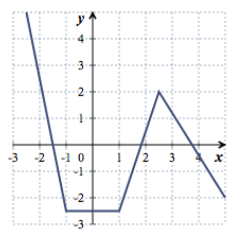
3 pts Soit f une fonction définie pour tout réel x et telle que :

- l'équation $f(x) = 0$ admet trois solutions ;
- 2 a exactement deux antécédents.

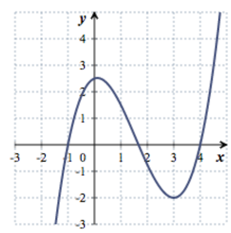
Parmi les courbes tracées ci-dessous, quelles sont celles qui peuvent représenter la fonction f ?



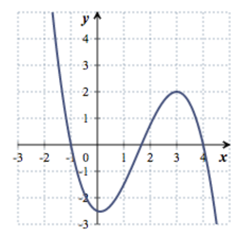
Courbe C_1



Courbe C_2



Courbe C_3



Courbe C_4

C_1 n'est pas la courbe représentative d'une fonction.

L'équation $f(x) = 0$ admet trois solutions donc la courbe représentative de la fonction f coupe l'axe des abscisses en trois points.

Trois points de la courbe C_3 ont pour ordonnée 2 donc C_3 n'est pas la courbe représentative de la fonction f.

C_2 et C_4 sont les deux courbes qui conviennent.

Exercice 3 — 4,5 points

On considère une fonction f dont le tableau de variations est le suivant :

x	-10	$-\frac{7}{2}$	1	2	$\frac{17}{3}$	8
Variations de f	-2 ↘	-5 ↗	0 ↘	-3 ↗		4

On donne de plus $f\left(\frac{17}{3}\right) = 0$.

1.5 pt **1** Comparer $f(-4)$ et $f\left(-\dfrac{13}{3}\right)$

Sur l'intervalle $\left[-10; -\dfrac{7}{2}\right]$, la fonction f est strictement décroissante et $-\dfrac{13}{3} < -4$ donc $f\left(-\dfrac{13}{3}\right) > f(-4)$.

1.5 pt **2** Peut-on comparer les images de 0 et de 2 ?
D'après le tableau de variation : $-5 < f(0) < 0$ et $f(2) = -3$.

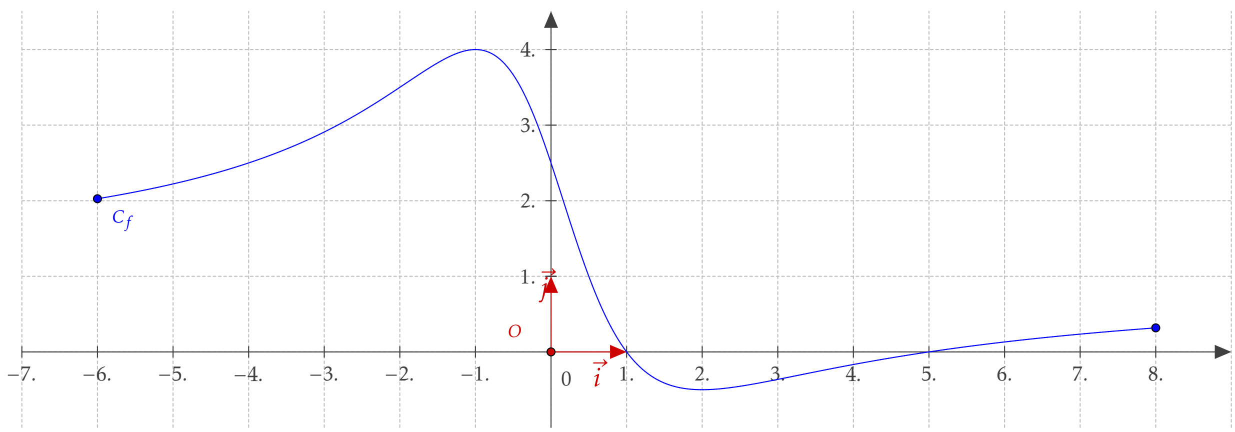
Par conséquent, le tableau de variations ne permet pas de comparer les images de 0 et de 2.

1.5 pt **3** Résoudre l'inéquation $f(x) \leqslant 0$?

D'après le tableau de variation, l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \leqslant 0$ est l'intervalle $\left[-10; \dfrac{17}{3}\right]$.

Exercice 4 — 5,5 points

Soit f la fonction définie pour tout réel x de l'intervalle $[-6; 8]$. La courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f est donnée ci-dessous.



0.5 pt **1** Lire graphiquement l'image de 0 par la fonction f.
La courbe C_f coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnée $(0; 2,5)$

$f(0) = 2,5$

1 pt **2** Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$.
La courbe C_f coupe l'axe des abscisses en deux points d'abscisses respectives 1 et 5.

L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = 0$ est $\mathcal{S} = \{1; 5\}$.

1.5 pt **3** Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geqslant \dfrac{5}{2}$.
La courbe représentative de la fonction f est située en dessus de la droite d'équation $y = 2,5$ sur l'intervalle $[-4; 0]$.

L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant \dfrac{5}{2}$ est l'intervalle $[-4; 0]$.

1.5 pt **4** Donner le tableau de variation de la fonction f.

x	-6		-1		2		8
Variations de f		$\nearrow$	4	$\searrow$	-0.5	$\nearrow$	

1 pt **5** Si a est un réel de l'intervalle $[-4;5]$, à quel intervalle appartient $f(a)$?
Sur l'intervalle $[-4;5]$, le minimum de la fonction f est égal à -0,5 et le maximum de la fonction est égal à 4 donc :

si a est un réel de l'intervalle $[-4;5]$ alors, $f(a) \in [-0,5;4]$.

Exercice 5 — 9 points

Soit g la fonction définie sur $[-1 \ ; \ 8\ ]$ par : $g(x) = (x-2)^2 - 9$ de courbe $\mathcal{C}_g$.

1 pt **1** Développer, réduire et ordonner $g(x)$:

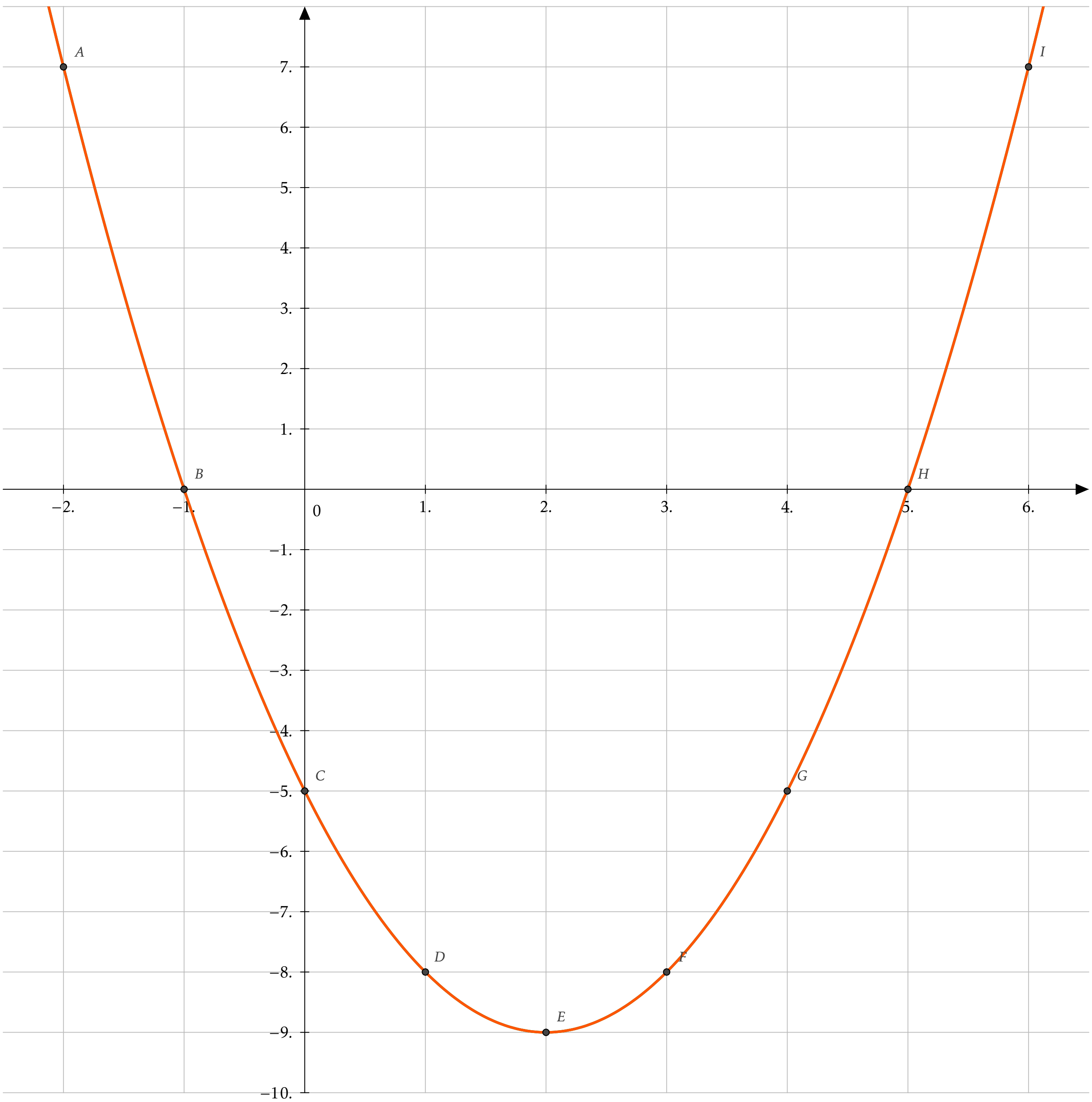
$$\begin{aligned} g(x) &= (x-2)^2 - 9 \\ &= x^2 - 4x + 4 - 9 \\ &= x^2 - 4x - 5 \end{aligned}$$

$$\boxed{g(x) = x^2 - 4x - 5}$$

2 pts **2** Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$g(x)$	7	0	-5	-8	-9	-8	-5	0	7

2 pts **3** Tracer $\mathcal{C}_g$ sur le graphique ci-dessous.



1 pt **4** Résoudre graphiquement l'équation $g(x) = 0$
Les solutions de l'équation $g(x) = 0$ sont les abscisses des points d'intersection de C_g avec l'axe des abscisses.

$$\boxed{\mathcal{S} = \{-1; 5\}.}$$

1.5 pt **5** Factoriser l'expression $g(x) = (x-2)^2 - 9$

$$\begin{aligned} g(x) &= (x-2)^2 - 9 \\ &= (x-2)^2 - 3^2 \\ &= (x-2-3)(x-2+3) \\ &= (x-5)(x+1) \end{aligned}$$

$$\boxed{g(x) = (x-5)(x+1)}$$

1.5 pt **6** Retrouver le résultat de la question 4.

$$\begin{aligned} g(x)=0 &\iff (x-5)(x+1)=0 \\ &\iff (x-5)=0 \text{ ou } (x+1)=0 \\ &\iff x=5 \text{ ou } x=-1 \end{aligned}$$

D'où la conclusion :

$$\boxed{\text{L'ensemble des solutions de l'équation } g(x)=0 \text{ est } \mathcal{S}=\{-1;5\}}$$