

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. **Faites des phrases claires et précises.**  
Le barème est approximatif. La calculatrice est autorisée.

**Attention! Le sujet est recto-verso.**

**Exercice 1**

*4 points*

4 pts

Relevez et complétez le tableau ci-dessous :

Enoncé	Forme résolue	a	b	Solution générale
$y' + 4y = 0$				
$3y' + 10y = 0$				

**Exercice 2**

*4 points*

4 pts

Relevez et complétez le tableau ci-dessous :

Enoncé	Forme résolue	a	b	Solution générale
$y' = 3y + 4$				
$2y' - 5y = 10$				

**Exercice 3**

*8,5 points*

**Partie A** On considère l'équation différentielle (E) :  $4y' + 5y = 15$

- 2 pts 1 Déterminer la solution générale de l'équation différentielle  $4y' + 5y = 15$ .
- 1 pt 2 Justifier que  $f(x) = 6e^{-1,25x} + 3$  est solution de (E).
- 1 pt 3 Déterminer la solution  $g$  de (E) dont la courbe représentative passe par le point  $(0; -1)$ .

**Partie B** On considère la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $g(x) = -4e^{-1,25x} + 3$

- 1 pt 1 Déterminer la dérivée  $g'$
- 1 pt 2 Prouver que  $g$  est strictement croissante sur  $\mathbb{R}$
- 1 pt 3 Quelle est la limite de  $g$  en  $+\infty$ .
- 1.5 pt 4 Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $g(x) = 2$

**Exercice 4**

9 points

La fonte GS (graphite sphéroïdal) possède des caractéristiques mécaniques élevées et proches de celles des aciers. Une entreprise fabrique des pièces de fonte GS qui sont utilisées dans l'industrie automobile.

Ces pièces sont coulées dans des moules de sable et ont une température de 1 400 °C à la sortie du four. Elles sont entreposées dans un local dont la température ambiante est maintenue à une température de 30 °C. Ces pièces peuvent être démoulées dès lors que leur température est inférieure à 650 °C.

La température en degrés Celsius d'une pièce de fonte est une fonction du temps  $t$ , exprimé en heures, depuis sa sortie du four. On admet que cette fonction  $f$ , définie et dérivable sur l'intervalle  $[0; +\infty[$ , est une solution sur cet intervalle de l'équation différentielle :

$$y' + 0,065y = 1,95.$$

- 2 pts **1** a. Résoudre sur  $[0; +\infty[$  l'équation différentielle  $y' + 0,065y = 1,95$ .  
1 pt b. Donner  $f(0)$  et vérifier que la fonction  $f$  est définie sur l'intervalle  $[0; +\infty[$  par

$$f(t) = 1370e^{-0,065t} + 30.$$

- 1.5 pt **2** a. Étudier mathématiquement le sens de variation de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0; +\infty[$ .  
0.5 pt b. Pourquoi ce résultat était-il prévisible?

- 1 pt **3** La pièce de fonte peut-elle être démoulée après avoir été entreposée 5 heures dans le local?

- 1.5 pt **4** a. Déterminer au bout de combien de temps au minimum la pièce pourra être démoulée. Arrondir le résultat à la minute près.  
1.5 pt b. Pour éviter la fragilisation de la fonte, il est préférable de ne pas démouler la pièce avant que sa température ait atteint 325 °C.  
Dans ce cas faudra-t-il attendre exactement deux fois plus de temps que pour un démoulage à 650 °C? Justifier la réponse.