Lycée l' Oiselet

Jeudi 15 Février 2024

BACCALAURÉAT BLANC 2024
DE MATHÉMATIQUES
–TSTI2D –

Durée de l'épreuve : 1 HEURE

Les calculatrices sont AUTORISÉES en mode examen actif

Coefficient : 16

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Le barème est approximatif.

Sur l'en-tête de votre copie, précisez clairement et distinctement :

- *le nom de l'épreuve : épreuve de Mathématiques.*
- *Le nom de votre professeur de Mathématiques.*

Exercice 1

6 points

Le candidat doit traiter 6 questions parmi les huit numérotées de 1 à 8 que comporte l'exercice. Les questions sont indépendantes les unes des autres. Le candidat choisit les six questions auxquelles il répond et indique clairement leur numéro sur sa copie en début d'exercice. Seules ces questions sont évaluées. Chacune d'elles est notée sur un point.
Traiter une question supplémentaire ne rapporte aucun point.

Question 1

1. Montrer, en détaillant vos calculs, que :

$$\ln(2\,024) = 3\ln(2) + \ln(11) + \ln(23).$$

2. Simplifier le nombre A ci-dessous en détaillant les calculs :

$$A = 3\ln\left(\mathrm{e}^3\right) - 2\ln\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right).$$

Question 2

On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.
On considère les nombres complexes suivants :

$$z = -1 + \mathrm{i}\sqrt{3} \text{ et } z' = 6\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}.$$

1. Mettre z sous forme exponentielle. Détailler les calculs.
2. Mettre z' sous forme algébrique. Détailler les calculs.

Question 3

On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.
On considère le nombre complexe suivant :

$$z = \frac{-1 - \mathrm{i}}{5\mathrm{i}}.$$

1. Déterminer la forme algébrique de z. Détailler les calculs.
2. Déterminer la forme exponentielle de z. Détailler les calculs.

Question 4

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0,5\,;\,10]$ par :

$$f(x) = x^2 - x - 2 - 3\ln(x).$$

On note f' la fonction dérivée de f.

1. Montrer que $f'(x) = \dfrac{(x+1)(2x-3)}{x}$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[0,5\,;\,10]$.
2. Montrer que f admet un minimum sur l'intervalle $[0,5\,;\,10]$ et préciser la valeur exacte de ce minimum.

Question 5
Une entreprise achète une machine d'une valeur de 500 000 €. Cette machine perd de sa valeur au fil des années.
Cette perte exprimée en euro, à l'instant t exprimé en année, est modélisée par la fonction f définie sur $[0\,;15]$ par :

$$f(t) = 500\,000\left(1 - \mathrm{e}^{-0,08t}\right).$$

Au bout de combien d'années (résultat arrondi à l'unité) la machine aura-t-elle perdu la moitié de sa valeur ?

Question 6

Rappel : pour a et b deux réels, on a les formules suivantes :
$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$
$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$
$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$

La tension u, exprimée en volt, aux bornes d'un dipôle en fonction du temps t, exprimé en seconde, est donnée par : $u(t) = 120\cos(70t) - 120\sin(70t)$.

1. Montrer que pour tout nombre réel t, on a $u(t) = 120\sqrt{2}\cos\left(70t + \dfrac{\pi}{4}\right)$.
2. En déduire la fréquence correspondante $f = \dfrac{\omega}{2\pi}$, exprimée en Hz. Arrondir le résultat à l'unité.

Question 7
La température en degrés Celsius (°C) d'un gâteau à la sortie du four est donnée par la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$f(t) = 160e^{-1,38t} + 20$$

où t est exprimé en heure.

1. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur $]0;+\infty[$. Justifier.
2. Résoudre l'inéquation $f(t) < 25$ et interpréter le résultat obtenu.

Question 8
Soit $z = -2 - 2i$.

1. Déterminer la forme exponentielle de z.
2. Montrer que z^4 est un nombre réel que l'on déterminera.