

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. **Faites des phrases claires et précises.**
Le barème est approximatif. La calculatrice est autorisée.

Attention! Le sujet est recto-verso.

Exercice 1 Le cours

4 points

4 pts Compléter les phrases suivantes :

↗ Si (u_n) est une suite arithmétique alors le terme général est donné par :

$$u_n = u_0 + nr$$

↗ Si (u_n) est une suite arithmétique alors la somme S_n est donnée par :

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = \text{nombre de termes} \times \frac{(\text{premier terme} + \text{dernier terme})}{2} = \frac{(n+1)(u_0 + u_n)}{2}$$

↗ Si (v_n) est une suite géométrique alors le terme général est donné par :

$$v_n = q^n \times v_0$$

↗ Si (v_n) est une suite géométrique alors la somme Σ_n est donnée par :

$$\Sigma_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n = \left(\frac{1 - \text{raison}^{\text{nombre de termes de la somme}}}{1 - \text{raison}} \right) \times \text{premier terme} = \frac{(1 - q^{n+1})}{1 - q} v_0$$

Exercice 2

9 points

On injecte dans le sang d'un malade une dose de médicament. On suppose que ce médicament se répartit instantanément dans le sang et qu'il est ensuite éliminé progressivement, la concentration diminuant de 30 % chaque heure. On note c_n la concentration en mg/L, n heures après l'injection ($n \in \mathbb{N}$). On donne $c_0 = 4$.

3 pts **1** Calculer c_1, c_2, c_3 .

- $c_1 = c_0 - 30\%c_0 = 70\%c_0 = 0,7 \times 4 = 2,8$
- $c_2 = c_1 - 30\%c_1 = 70\%c_1 = 0,7 \times 2,8 = 1,96$
- $c_3 = c_2 - 30\%c_2 = 70\%c_2 = 0,7 \times 1,96 = 1,372$

$$c_1 = 2,8, c_2 = 1,96 \text{ et } c_3 = 1,372$$

3 pts **2** Quelle est la nature de la suite (c_n) ? Préciser ses caractéristiques.
Pour tout entier n on a :

$$\begin{aligned} c_{n+1} &= c_n - 30\%c_n \\ &= c_n - \frac{30}{100}c_n \\ &= c_n - 0,3c_n \\ &= 0,7c_n \end{aligned}$$

Ayant pour tout entier n , $c_{n+1} = 0,7c_n$, la suite (c_n) est géométrique de raison 0,7 de premier terme $c_0 = 4$.

2 pts **3** En déduire l'expression de c en fonction de n .
Comme la suite (c_n) est géométrique, on a $c_n = q^n \times c_0$;

$$c_n = 0,7^n \times 4$$

- 1 pt **4** Quelle est la concentration 18 h après l'injection?
La concentration après 18 h après l'injection est :

$$c_{18} = 0,7^{18} \times 4 \approx 0,0065$$

La concentration 18 h après l'injection sera environ de 0,0065 mg/L.

Exercice 3

4 points

- 4 pts On considère la suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0 = 6$ et de raison $q = 4$.
Calculer la somme des 10 premiers termes de cette suite.
On veut calculer $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_9$.
Comme la suite (u_n) est géométrique, on a :

$$\begin{aligned} S &= \frac{1 - \text{Raison}^{\text{Nombres de termes}}}{1 - \text{Raison}} \times \text{Premier terme} \\ &= \frac{1 - 4^{10}}{1 - 4} \times 6 \\ &= \frac{1 - 4^{10}}{-3} \times 6 \\ &= 2 \times (1 - 4^{10}) \\ &= 2(4^{10} - 1) \end{aligned}$$

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_9 = 2(4^{10} - 1) = 2\,097\,150$$

Exercice 4

6,5 points

On considère la suite (t_n) de premier terme $t_0 = 3$ et pour tout entier n on a $t_{n+1} = 0,5t_n + 1$.

- 2 pts **1** A l'aide d'un calculatrice, complétez le tableau ci-dessous :

n	0	1	2	3	4	5
t_n	3	2,5	2,25	2,125	2,0625	2,03125

- 0.5 pt **2** On considère la suite (w_n) définie pour tout entier n par $w_n = t_n - 2$.
- a. Calculer w_0 .
 $w_0 = t_0 - 2 = 3 - 2 = 1$.

$$w_0 = 1$$

- 2 pts b. Montrer que la suite (w_n) est géométrique. On précisera le premier terme et la raison de cette suite.

$$\begin{aligned} w_{n+1} &= t_{n+1} - 2 \\ &= 0,5t_n + 1 - 2 \\ &= 0,5t_n - 1 \\ &= 0,5(t_n - 2) \\ &= 0,5w_n \end{aligned}$$

Ayant pour tout entier n , $w_{n+1} = 0,5w_n$, la suite (w_n) est géométrique de raison 0,5 de premier terme $w_0 = 1$.

- 2 pts c. On souhaite calculer la somme $T_n = t_0 + t_1 + t_2 + \dots + t_n$



Algorithme Python 1

```
1         def somme(n):
2             t=3
3             S=0
4         for i in range(1,n+1):
5             S=S+t
6             t=0.5*t+1
7         return S
8
```