

Nom :

DS 03

Prénom :

TSTI2D2

Géométrie



Nov. 2020



Devoir n° 06

.../...

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. Faites des phrases claires et précises.
Le barème est approximatif. La calculatrice est autorisée.



Exercice 1

4 points

4 pts Je connais mon cours !

Recopiez et complétez sur votre copie :

$$a^0 = 1 \text{ et } a^1 = a$$

$$a^{x+y} = a^x \times a^y$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$(a^x)^n = a^{nx}, \text{ avec } n \text{ un entier relatif.}$$



Exercice 2

4 points

4 pts Simplifier les expressions suivantes :

$$1 \quad A = 11^{-2} \times 11^{2,5} = 11^{-2+2,5} = 11^{0,5}$$

$$2 \quad B = \frac{1,2^{1,3}}{1,2^{2-x}} = 1,2^{1,3-(2-x)} = 1,2^{1,3-2+x} = 1,2^{x-0,7}$$

$$3 \quad B = \frac{(2^{4,5})^3}{2^5} = \frac{2^{4,5 \times 3}}{2^5} = 2^{13,5-5} = 2^{8,5}$$

$$4 \quad B = \frac{(7^{2x-4})^3 \times 7^{7x+9}}{(7^{-5x+8})^{-2}} = \frac{7^{3 \times (2x-4)} \times 7^{7x+9}}{7^{-2(-5x+8)}} = 7^{6x-12+7x+9-10x+16} = 7^{3x+13}$$



Exercice 3

4,5 points

2 pts 1 Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $5 \times 1,3^x \geq 8$

$$\begin{aligned} 1,3^x \geq 8 &\iff \log(1,3^x) \geq \log(8) && \text{en appliquant la fonction log} \\ &\iff x \log(1,3) \geq \log(8) && \text{strictement croissante sur }]0; +\infty[\\ &\iff x \geq \frac{\log(8)}{\log(1,3)} && \text{car } \log(a^n) = n \log(a) \\ &&& \text{en divisant par } \log(1,3) > 0 \end{aligned}$$

$$\mathcal{S} = \left[\frac{\log(8)}{\log(1,3)}; +\infty \right[$$

2.5 pts **2** On donne les étapes de résolution d'une inéquation. Justifier et compléter chacune des étapes

$$\begin{aligned}
 10 \times 0,8^n \geq 25 &\iff 0,8^n \geq \frac{25}{100} && \text{en divisant par } 100; 100 > 0 \\
 &\iff 0,8^n \geq \frac{1}{4} \\
 &\iff \log(0,8^n) \geq \log\left(\frac{1}{4}\right) && \text{en appliquant la fonction log} \\
 &&& \text{strictement croissante sur }]0; +\infty[\\
 &\iff n \log(0,8) \geq -\log(4) && \text{car } \log(a^n) = n \log(a) \text{ et } \log\left(\frac{1}{a}\right) = -\log(a) \\
 &\iff n \leq -\frac{\log(4)}{\log(0,8)} && \text{en divisant par } \log(0,8) < 0
 \end{aligned}$$



Exercice 4

4 points

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3 \times 0,6^x$.

1 pt **1** Donner le sens de variation de f en le justifiant.

- ↗ Si $0 < a < 1$ alors $x \mapsto a^x$ est strictement décroissante sur \mathbb{R} .
- ↗ En particulier pour $a = 0,6$, $x \mapsto 0,6^x$ est strictement décroissante sur \mathbb{R} .
- ↗ En multipliant par $3 > 0$, on obtient $x \mapsto 3 \times 0,6^x$ est strictement décroissante sur \mathbb{R} .

$x \mapsto 3 \times 0,6^x$ est strictement décroissante sur \mathbb{R} .

1 pt **2** Démontrer que la courbe de f passe par le point $A(-1; 5)$

$$f(-1) = 3 \times 0,6^{-1} = 3 \times \frac{1}{0,6} = \frac{3}{0,6} = \frac{30}{6} = 5$$

$f(-1) = 5$, donc la courbe de f passe par le point $A(-1; 5)$.

2 pts **3** Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 2$

$$\begin{aligned}
 f(x) = 2 &\iff 3 \times 0,6^x = 2 \\
 &\iff 0,6^x = \frac{2}{3} \\
 &\iff \log(0,6^x) = \log\left(\frac{2}{3}\right) \\
 &\iff x \log(0,6) = \log\left(\frac{2}{3}\right) \\
 &\iff x = \frac{\log\left(\frac{2}{3}\right)}{\log(0,6)}
 \end{aligned}$$

$$\mathcal{S} = \left\{ \frac{\log\left(\frac{2}{3}\right)}{\log(0,6)} \right\}$$



Exercice 5

4 points

4 pts Ecrire sous forme d'un nombre décimal

- 1** $A = \log(10^4) = 4\log(10) = 4$ car $\log(a^n) = n\log(a)$ et $\log(10) = 1$.
- 2** $A = \log(10^{-2}) = -2\log(10) = -2$ car $\log(a^n) = n\log(a)$ et $\log(10) = 1$.
- 3** $A = \log(0,001) = \log(10^{-3}) = -3\log(10) = -3$ car $\log(a^n) = n\log(a)$ et $\log(10) = 1$.
- 4** $A = \log(100000) = \log(10^5) = 5\log(10) = 5$ car $\log(a^n) = n\log(a)$ et $\log(10) = 1$.



Exercice 6

4 points

4 pts Ecrire les nombres suivants sous la forme $a\log(2)$ où a est un réel :

- 1** $A = \log(8) = \log(2^3) = 3\log(2)$
- 2** $B = \log(16) + \log(4) = \log(2^4) + \log(2^2) = 4\log(2) + 2\log(2) = 6\log(2)$
- 3** $C = \log(48) - \log(12) = \log\left(\frac{48}{12}\right) = \log(4) = 2\log(2)$