

Nom : Prénom :	DS 03	<div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <div> <div style="text-align: right;"> TEST 2D2 <small>01/2020</small> </div> </div> <div style="text-align: right;"> Nov. 2020 .../... </div> </div> <div style="text-align: right; margin-top: 5px;"> Devoir n° 06 </div>
-------------------------------	---	---

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. **Faites des phrases claires et précises.**
 Le barème est approximatif. La calculatrice est autorisée.

Exercice 1

4 points

4 pts Je connais mon cours!
 Recopiez et complétez sur votre copie :

$$\begin{aligned}
 a^0 &= 1 \text{ et } a^1 = a \\
 a^{x+y} &= a^x \times a^y \\
 \frac{a^x}{a^y} &= a^{x-y} \\
 (a^x)^n &= a^{nx}, \text{ avec } n \text{ un entier relatif.}
 \end{aligned}$$

Exercice 2

4 points

4 pts Simplifier les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}
 \text{1 } A &= 11^{-2} \times 11^{2,5} = 11^{-2+2,5} = 11^{0,5} \\
 \text{2 } B &= \frac{1,2^{1,3}}{1,2^{2-x}} = 1,2^{1,3-(2-x)} = 1,2^{1,3-2+x} = 1,2^{x-0,7} \\
 \text{3 } B &= \frac{(2^{4,5})^3}{2^5} = \frac{2^{4,5 \times 3}}{2^5} = 2^{13,5-5} = 2^{8,5} \\
 \text{4 } B &= \frac{(7^{2x-4})^3 \times 7^{7x+9}}{(7^{-5x+8})^{-2}} = \frac{7^{3 \times (2x-4)} \times 7^{7x+9}}{7^{-2(-5x+8)}} = 7^{6x-12+7x+9-10x+16} = 7^{3x+13}
 \end{aligned}$$

Exercice 3

4,5 points

2 pts **1** Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $5 \times 1,3^x \geq 8$

$$\begin{aligned}
 1,3^x \geq 8 &\iff \log(1,3^x) \geq \log(8) && \text{en appliquant la fonction log} \\
 &&& \text{strictement croissante sur }]0; +\infty[\\
 &\iff x \log(1,3) \geq \log(8) && \text{car } \log(a^n) = n \log(a) \\
 &\iff x \geq \frac{\log(8)}{\log(1,3)} && \text{en divisant par } \log(1,3) > 0
 \end{aligned}$$

$\mathcal{S} = \left[\frac{\log(8)}{\log(1,3)}; +\infty \right[$

2.5 pts **2** On donne les étapes de résolution d'une inéquation. Justifier et compléter chacune des étapes

$$\begin{aligned}
 10 \times 0,8^n \geq 25 &\iff 0,8^n \geq \frac{25}{100} && \text{en divisant par } 100; 100 > 0 \\
 &\iff 0,8^n \geq \frac{1}{4} \\
 &\iff \log(0,8^n) \geq \log\left(\frac{1}{4}\right) && \text{en appliquant la fonction } \log \\
 &&& \text{strictement croissante sur }]0; +\infty[\\
 &\iff n \log(0,8) \geq -\log(4) && \text{car } \log(a^n) = n \log(a) \text{ et } \log\left(\frac{1}{a}\right) = -\log(a) \\
 &\iff n \leq -\frac{\log(4)}{\log(0,8)} && \text{en divisant par } \log(0,8) < 0
 \end{aligned}$$



Exercice 4

4 points

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3 \times 0,6^x$.

1 pt **1** Donner le sens de variation de f en le justifiant.

- ☞ Si $0 < a < 1$ alors $x \mapsto 0,6^x$ est strictement décroissante sur \mathbb{R} .
- ☞ En particulier pour $a = 0,6$, $x \mapsto 0,6^x$ est strictement décroissante sur \mathbb{R} .
- ☞ En multipliant par $3 > 0$, on obtient $x \mapsto a^x$ est strictement décroissante sur \mathbb{R} .

$$x \mapsto 3 \times 0,6^x \text{ est strictement décroissante sur } \mathbb{R}.$$

1 pt **2** Démontrer que la courbe de f passe par le point $A(-1;5)$

$$f(-1) = 3 \times 0,6^{-1} = 3 \times \frac{1}{0,6} = \frac{3}{0,6} = \frac{30}{6} = 5$$

$$f(-1) = 5, \text{ donc la courbe de } f \text{ passe par le point } A(-1;5).$$

2 pts **3** Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 2$

$$\begin{aligned}
 f(x) = 2 &\iff 3 \times 0,6^x = 2 \\
 &\iff 0,6^x = \frac{2}{3} \\
 &\iff \log(0,6^x) = \log\left(\frac{2}{3}\right) \\
 &\iff x \log(0,6) = \log\left(\frac{2}{3}\right) \\
 &\iff x = \frac{\log\left(\frac{2}{3}\right)}{\log(0,6)}
 \end{aligned}$$

$$\mathcal{S} = \left\{ \frac{\log\left(\frac{2}{3}\right)}{\log(0,6)} \right\}$$



Exercice 5

4 points

4 pts Ecrire sous forme d'un nombre décimal

1 $A = \log(10^4) = 4\log(10) = 4$ car $\log(a^n) = n\log(a)$ et $\log(10) = 1$.

2 $A = \log(10^{-2}) = -2\log(10) = -2$ car $\log(a^n) = n\log(a)$ et $\log(10) = 1$.

3 $A = \log(0,001) = \log(10^{-3}) = -3\log(10) = -3$ car $\log(a^n) = n\log(a)$ et $\log(10) = 1$.

4 $A = \log(100000) = \log(10^5) = 5\log(10) = 5$ car $\log(a^n) = n\log(a)$ et $\log(10) = 1$.



Exercice 6

4 points

4 pts Ecrire les nombres suivants sous la forme $a\log(2)$ où a est un réel :

1 $A = \log(8) = \log(2^3) = 3\log(2)$

2 $B = \log(16) + \log(4) = \log(2^4) + \log(2^2) = 4\log(2) + 2\log(2) = 6\log(2)$

3 $C = \log(48) - \log(12) = \log\left(\frac{48}{12}\right) = \log(4) = 2\log(2)$