Nom :	DS 02	TSTI2D2 — Oct. 2020
Prénom :		Devoir n° 06 — .../...

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. ***Faites des phrases claires et précises.***
Le barème est approximatif. La calculatrice est autorisée.

Exercice 1 — 7 points

Je connais mon cours !

2.5 pts **1**

2.5 pts

Conditions	$f(x) =$	$F(x) =$
$a \in \mathbb{R}$	a	$ax + C$
$x \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}$	x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
$x \in]0;+\infty[$	$\frac{1}{x^2}$	$-\frac{1}{x} + C$
$x \in]0;+\infty[$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x} + C$
$x \in \mathbb{R}$	$\cos x$	$\sin x + C$
$x \in \mathbb{R}$	$\sin x$	$-\cos x + C$

2 u est une fonction dérivable sur un intervalle I

Conditions	$f =$	$F =$
$n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\}$	$u^n \times u'$	$\frac{u^{n+1}}{n+1} + C$
$u(x) \neq 0$ sur I	$\frac{u'}{u^2}$	$-\frac{1}{u} + C$
$u(x) > 0$ sur I	$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u} + C$
	$u' \times \cos u$	$\sin u + C$
	$u' \times \sin u$	$-\cos u + C$

1 pt **3** Si (u_n) est une suite arithmétique de premier terme u_0 de raison r, alors

$$\boxed{u_n = u_0 + nr}$$

1 pt **4** Si (v_n) est une suite géométrique de premier terme u_0 de raison q, alors

$$\boxed{v_n = q^n \times u_0}$$

Exercice 2 — 8 points

Calculer les primitives des fonctions suivantes :

2 pts **1** $a(x) = 4x^5 + 12x^2 - 6x + 4$

Les primitives de a sur $\mathbb{R}$ sont les fonctions A définies par $A(x) = 4\dfrac{x^{5+1}}{5+1} + 12\dfrac{x^3}{3} - 3x^2 + 4x + C$.

$$\boxed{\text{Les primitives de } a \text{ sur } \mathbb{R} \text{ sont les fonctions } A \text{ définies par } A(x) = \frac{2}{3}x^6 + 4x^3 - 3x^2 + 4x + C.}$$

2 pts **2** $d(x) = (5x+2)^4$

- On pose $u(x) = 5x + 2$
- $u'(x) = 5$
- $d = u^4 \times \dfrac{u'}{5} = \dfrac{1}{5}u'u^4$.
- On déduit une primitive $D = \dfrac{1}{5} \times \dfrac{u^{4+1}}{4+1} = \dfrac{1}{25}u^5$

$$\boxed{\text{Les primitives de } d \text{ sur } \mathbb{R} \text{ sont les fonctions } D \text{ définies par } D(x) = \frac{1}{25}(5x+2)^5 + C.}$$

2 pts **3** $e(x) = \dfrac{8x}{\sqrt{x^2+4}}$

- On pose $u(x) = x^2 + 4$
- $u'(x) = 2x$
- $e = \dfrac{4u'}{\sqrt{u}} = 4 \times \dfrac{u'}{\sqrt{u}}$.
- On déduit une primitive $E = 4 \times 2\sqrt{u} = 8\sqrt{u}$

$$\boxed{\text{Les primitives de } e \text{ sur } \mathbb{R} \text{ sont les fonctions } E \text{ définies par } E(x) = 8\sqrt{x^2+4} + C.}$$

2 pts **4** $f(x) = \cos(3x+7)$

- On pose $u(x) = 3x + 7$
- $u'(x) = 3$
- $f = \dfrac{u'}{3} \times \cos u = \dfrac{1}{3} \times u' \cos u$.
- On déduit une primitive $F = \dfrac{1}{3} \times \sin u$

$$\boxed{\text{Les primitives de } f \text{ sur } \mathbb{R} \text{ sont les fonctions } F \text{ définies par } F(x) = \frac{1}{3}\sin(3x+7) + C.}$$

Exercice 3 — 2 points

2 pts

(u_n) est une suite arithmétique de raison r.Calculer u_{11} $u_4 = 6$ et $r = 3$.
Si (u_n) est une suite arithmétique alors $u_n = u_p + (n-p)r$.
$n = 11$ et $p = 4$ donnent

$$u_{11} = u_4 + (11-4)r = 6 + 7 \times 3 = 6 + 21 = 27$$

$$\boxed{u_{11} = 27}$$

Exercice 4 — 2 points

2 pts (u_n) est une suite arithmétique de raison r.
$u_3 = -11$ et $u_8 = -36$.
Calculer u_{16}

$$\begin{aligned} u_8 = u_3 + 5r &\iff -36 = -11 + 5r \\ &\iff -36 + 11 = 5r \\ &\iff -25 = 5r \\ &\iff r = -5 \end{aligned}$$

Comme (u_n) est une suite arithmétique ; on a $u_n = u_p + (n-p)r$.
$n = 16$ et $p = 8$ donnent

$$u_{16} = u_8 + (16-8)r = -36 + 8 \times (-5) = -36 - 40 = -76$$

$$\boxed{u_{16} = -76}$$

Exercice 5 — 2 points

2 pts Soit (u_n) la suite définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 3 + u_n \end{cases}$$

Calculer u_{24}
On passe de u_n à u_{n+1} en ajoutant 3. Donc la suite (u_n) est arithmétique de raison 3.

$$u_{24} = u_0 + 24r = 1 + 24 \times 3 = 1 + 72 = 73$$

$$\boxed{u_{24} = 73}$$

Exercice 6 — 2 points

2 pts

Soit (v_n), la suite géométrique de premier terme $v_0 = 12$ de raison $q = \dfrac{1}{2}$

1 Calculer v_5

Comme (v_n) est géométrique, $v_5 = q^5 \times v_0 = \left(\dfrac{1}{2}\right)^5 \times 12 = \dfrac{1^5}{2^5} \times 12 == \dfrac{1}{32} \times 12 = \dfrac{12}{32} = \dfrac{4 \times 3}{4 \times 8} = \dfrac{3}{8}$

$$\boxed{v_5 == \frac{3}{8}}$$

2 Exprimer v_n en fonction de n.

Comme (v_n) est géométrique, $v_n = q^n \times v_0 = \left(\dfrac{1}{2}\right)^n \times 12$

$$\boxed{v_n = 12 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n}$$