Lycée l'Oiselet **Février 2020**

BACCALAURÉAT BLANC 2020
DE MATHÉMATIQUES
– SÉRIE STI2D –

Durée de l'épreuve : 4 HEURES

Les calculatrices sont AUTORISÉES

Coefficient : 4

Corrigé

*Sont autorisées les calculatrices avec mémoire alphanumérique et/ou avec écran graphique qui disposent d'une fonctionnalité « **mode examen** » ou les calculatrices de type collège.*

Le mode examen ne devra être activé par le candidat qu'une fois entré en salle et sur instruction du surveillant de salle.

Le candidat doit traiter les quatre exercices .

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Sur l'en-tête de votre copie, précisez clairement et distinctement :

- *le nom de l'épreuve : épreuve de mathématiques.*
- ***votre spécialité** : ITEC , AC ou EE.*
- *votre classe : Terminale STI2D1 ou Terminale STI2D2 ou Terminale STI2D3 ou Terminale STI2D4.*

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 5 pages.

Exercice 1

(5 *points*)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse.

1 Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$.
On note z_A l'affixe d'un point A appartenant au cercle de centre O et de rayon 4. La partie réelle de z_A est positive et sa partie imaginaire est égale à 2.
Le nombre complexe z_A a pour forme exponentielle :

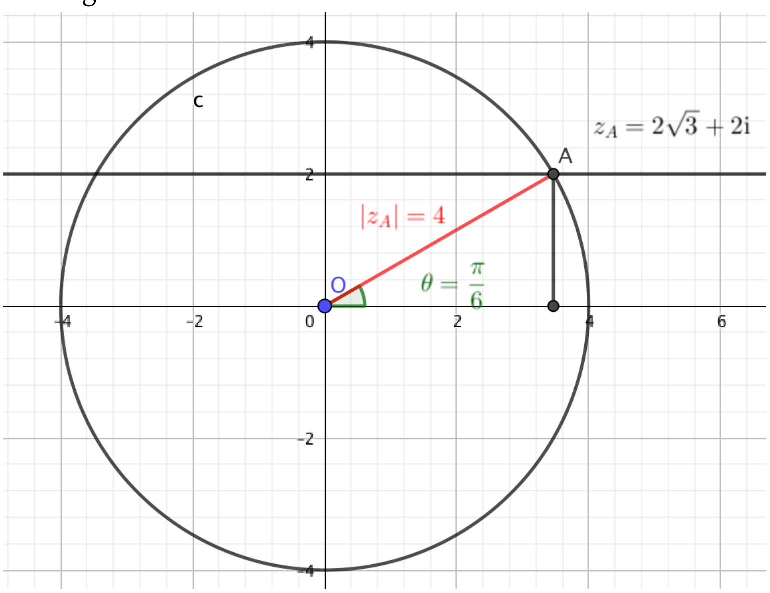
a. $4e^{-i\frac{\pi}{6}}$

b. $-4e^{i\frac{\pi}{6}}$

c. $4e^{i\frac{\pi}{6}}$

d. $-4e^{-i\frac{\pi}{6}}$

Une figure



On a ainsi $z_A = 2\sqrt{3} + 2i$.

Module	Argument
$\begin{aligned} \lvert z\rvert &= \sqrt{a^2+b^2} \\ &= \sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2+2^2} \\ &= \sqrt{16} \\ &= 4 \end{aligned}$	$\begin{cases} \cos\theta = \frac{a}{r} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\theta = \frac{b}{r} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$ Donc $\theta = \frac{\pi}{6}$ convient

$$z = 2\sqrt{3} + 2i = 4\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right) = 4e^{i\frac{\pi}{6}}$$

Bonne réponse : c

2 L'ensemble des solutions de l'équations $\ln(x-1)+\ln(x+1) = 0$ est :

a. $S = \{\sqrt{2}; -\sqrt{2}\}$ **b.** $S = \{-1; 1\}$ **c.** $S = \{\sqrt{2}\}$ **d.** $S = \{1\}$

-
$$\begin{aligned}\text{L'équation a un sens} &\iff \begin{cases} x-1>0 \\ x+1>0 \end{cases}\\ &\iff \begin{cases} x>1 \\ x>-1 \end{cases}\\ &\iff x>1\end{aligned}$$

  L'ensemble de définition de l'équation est donc $D =]1;+\infty[$.
- Sur D, on met l'équation sous la forme $\ln a = \ln b$

$$\begin{aligned}\ln(x-1)+\ln(x+1)=0 &\iff \ln((x-1)(x+1)) = \ln 1\\ &\iff (x-1)(x+1)=1\\ &\iff x^2-1=1\\ &\iff x^2=2\\ &\iff x=\pm\sqrt{2}\end{aligned}$$

- $\sqrt{2}>1$ donc $\sqrt{2}\in D$; ainsi $\sqrt{2}$ est solution.
  $-\sqrt{2}<1$ donc $\sqrt{2}\notin D$; ainsi $-\sqrt{2}$ n'est pas solution.

$$\boxed{\text{Ansi } S=\{\sqrt{2}\} \text{ et la bonne réponse est c.}}$$

3 Pour tout réel a strictement positif, $\dfrac{\ln(2a)+\ln(8a)}{2}$ est égal à :

a. $\ln(4a)$ **b.** $\ln(5a)$ **c.** $\ln(16a)$ **d.** $\ln\left(8a^2\right)$

$$\begin{aligned}\frac{\ln(2a)+\ln(8a)}{2} &= \frac{\ln 2+\ln(a)+\ln 8+\ln(a)}{2}\\ &= \frac{\ln 2+\ln(a)+\ln 2^3+\ln(a)}{2}\\ &= \frac{\ln 2+2\ln(a)+3\ln 2}{2}\\ &= \frac{4\ln 2+2\ln(a)}{2}\\ &= 2\ln 2+\ln(a)\\ &= \ln 4+\ln a\\ &= \ln(4a)\end{aligned}$$

$$\boxed{\text{La bonne réponse est a.}}$$

4 On considère la fonction f définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x)=\ln(x)$.
La primitive F de f sur $]0\,;+\infty[$ telle que $F(1)=3$ est donnée par :

a. $F(x)=x\ln(x)-2x+5$ **b.** $F(x)=\dfrac{3}{x}$
c. $F(x)=x\ln(x)+3$ **d.** $F(x)=x\ln(x)-x+4$

En calculant la dérivée de $F(x)=x\ln(x)-x+4$, on obtient $F'(x)=\ln x$ et $F(1)=\ln 1-1+4=3$

$$\boxed{\text{La bonne réponse est d.}}$$

5 On considère une fonction f définie et dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$. On appelle $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath}\right)$.

On admet que $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = -\infty$ et que $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$.

La courbe $\mathcal{C}$ admet :

a. deux asymptotes parallèles à l'axe des ordonnées

b. une asymptote parallèle à l'axe des ordonnées et une asymptote parallèle à l'axe des abscisses

c. une asymptote parallèle à l'axe des ordonnées et aucune asymptote parallèle à l'axe des abscisses

d. deux asymptotes parallèles à l'axe des abscisses

$\lim\limits_{x\to 0} f(x) = -\infty$ alors, la courbe $\mathcal{C}$ admet pour asymptote la droite d'équation $x = 0$.

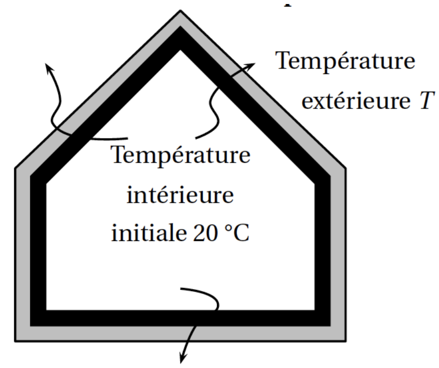
$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$ alors, la courbe $\mathcal{C}$ n'admet pas d'asymptote parallèle à l'axe des abscisses.

La bonne réponse est c.

Exercice 2

(5 *points*)

Température extérieure T
En plein hiver, en Europe, une maison est chauffée à 20 °C.
La température extérieure est notée T .
Dans tout l'exercice, on suppose que T < 20 .
Température intérieure initiale 20 °C
Lorsque le chauffage est coupé, la température intérieure diminue par perte de chaleur.



On modélise cette situation par une suite (u_n) dont le terme général u_n désigne la température intérieure de la maison n heures après la coupure du chauffage.
Pour une maison en maçonnerie traditionnelle et une température extérieure T constante, on admet que, pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = 0,99u_n + \frac{T}{100} \quad \text{et} \quad u_0 = 20.$$

Les parties A et B de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A

On suppose que la température extérieure T est égale à 0 °C. On a donc $T = 0$.

1 Calculer les termes u_1 et u_2.
$u_1 = 0,99 \times u_0 = 0,99 \times 20 + \dfrac{0}{100} = 19,8$
$u_2 = 0,99 \times u_1 = 0,99 \times 19,8 = 19,602$

$$\boxed{u_1 = 19,8 \text{ et } u_2 = 19,602}$$

2 Montrer que, dans ce cas, la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
Pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = 0,99u_n + \frac{T}{100} = 0,99u_n \quad \text{et} \quad u_0 = 20.$$

$$\boxed{\text{La suite } (u_n) \text{ est donc une suite géométrique de raison 0,99 de premier terme } u_0 = 20.}$$

3 Pour tout entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n.
$u_n = q^n \times u_0 = 20 \times 0,99^n$.

$$\boxed{u_n = 20 \times 0,99^n}$$

4 Déterminer la limite de la suite (u_n). Justifier.
Comme $0 < 0,99 < 1$; on déduit $\lim\limits_{n \to +\infty} 0,99^n = 0$ puis $\lim\limits_{n \to +\infty} 20 \times 0,99^n = 0$

$$\boxed{\text{Ainsi } \lim_{n \to +\infty} u_n = 0}$$

5 **a.** Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation $u_n < 5$.

$$\begin{aligned} u_n < 5 &\iff 20 \times 0,99^n < 5 \\ &\iff 0,99^n < \tfrac{5}{20} \\ &\iff 0,99^n < \tfrac{1}{4} \\ &\iff \ln\left(0,99^n\right) < \ln\left(\tfrac{1}{4}\right) \quad \ln \text{ est strictement croissante sur }]0;+\infty[\\ &\iff n\ln(0,99) < \ln\left(\tfrac{1}{4}\right) \quad \text{car } \ln\left(a^n\right) = n\ln a \\ &\iff n > \frac{\ln\left(\frac{1}{4}\right)}{\ln(0,99)} \quad \text{car } 0,99 < 1 \text{ donc } \ln(0,99) < 0 \end{aligned}$$

Grâce à une calculatrice, on obtient $\dfrac{\ln\left(\frac{1}{4}\right)}{\ln(0,99)} \approx 137,94$.
Le plus petit entier n vérifiant $u_n < 5$ est $n = 138$.

Ainsi l'ensemble des solutions de l'inéquation $u_n < 5$ est l'ensemble des entiers naturels vérifiant $n \geq 138$.

b. En déduire le nombre de jours à partir duquel la température intérieure est descendue en dessous de 5 °C.

La température intérieure est descendue en dessous de 5 °C au bout de 138 heures soit 5 jours et 18 heures.

Partie B

On suppose que la température extérieure T est égale à −15 °C. On a donc $T = -15$.

1 Montrer que, dans ce cas, la suite (u_n) est définie pour tout entier naturel n par :

$$u_{n+1} = 0,99u_n - 0,15 \quad \text{et} \quad u_0 = 20.$$

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= 0,99u_n + \frac{T}{100} \quad \text{et} \quad u_0 = 20 \\ &= 0,99u_n + \frac{-15}{100} \quad \text{et} \quad u_0 = 20 \\ &= 0,99u_n - 0,15 \quad \text{et} \quad u_0 = 20 \end{aligned}$$

2 **a.** Calculer les termes u_1 et u_2.
$u_1 = 0,99u_0 - 0,15 = 0,99 \times 20 - 0,15 = 19,65$ $u_2 = 0,99u_1 - 0,15 = 0,99 \times 19,65 - 0,15 = 19,3035$

$$\boxed{u_1 = 19,65 \text{ et } u_2 = 19,3035}$$

b. Dans ce cas, la suite (u_n) est-elle géométrique ? Justifier la réponse.
Or $\dfrac{u_2}{u_1} = \dfrac{19,3035}{19,65} \approx 0,9824$ et $\dfrac{u_1}{u_0} = \dfrac{19,65}{20} \approx 0,9825$.

Donc la suite (u_n) n'est pas géométrique.

On souhaite déterminer, à l'aide d'un algorithme, le nombre d'heures à partir duquel la température intérieure devient strictement inférieure à 5 °C. On utilise pour cela l'algorithme incomplet ci-contre dans lequel U désigne un nombre réel et N un nombre entier naturel.

$U \leftarrow 20$
$N \leftarrow 0$
Tant que ...
$\quad U \leftarrow \ldots$
$\quad N \leftarrow \ldots$
Fin Tant que

a. Recopier et compléter l'algorithme.

$U \leftarrow 20$
$N \leftarrow 0$
Tant que$U \geq 5$
$\quad U \leftarrow 0,99U - 0,15$
$\quad N \leftarrow N + 1$
Fin Tant que

b. À l'aide de la calculatrice, déterminer le nombre d'heures recherché.
A l'aide de la calculatrice, on obtient $u_{55} \approx 5,14$ et $u_{56} \approx 4,94$.

Suivant ce modèle, la température intérieure devient strictement inférieure à 5° C au bout de 56 heures , soit 2 jours et 8 heures.

Exercice 3

(5 *points*)

Les résistances et les condensateurs sont des composants électroniques utilisés dans le domaine du son pour concevoir des filtres.
Placé en sortie d'un microphone, un filtre atténue plus ou moins les sons selon leur fréquence f, exprimée en Hertz (Hz).

micro → filtre → ampli → enceinte

Pour un filtre donné, l'atténuation d'un son se calcule à l'aide de deux nombres complexes z_R et z_C.

Dans tout l'exercice, on suppose que $z_R = 10$ et $z_C = -\dfrac{1\,000\sqrt{3}}{f}\mathrm{i}$, où i désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$..

Les parties A *et* B *peuvent être traitées de manière indépendante.*

Partie A : Effet du filtre sur un son grave

On choisit un son grave de fréquence $f = 100$.

1 Montrer que $z_C = -10\sqrt{3}\mathrm{i}$.

Si $f = 100$ alors $z_C = -\dfrac{1000\sqrt{3}}{f}\mathrm{i} = -\dfrac{1000\sqrt{3}}{100}\mathrm{i} = -10\sqrt{3}\mathrm{i}$.

On a donc bien $z_C = -10\sqrt{3}\mathrm{i}$.

2 **a.** Déterminer la forme exponentielle de z_C.
On a $z_C = -10\sqrt{3}\mathrm{i} = 10\sqrt{3} \times (-\mathrm{i}) = 10\sqrt{3}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{2}}$

$$z_C = 10\sqrt{3}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{2}}$$

b. On considère le nombre complexe $Z = z_R + z_C$. On a donc $Z = 10 - 10\sqrt{3}\mathrm{i}$.
Déterminer la forme exponentielle de Z.
$Z = 10 - 10\sqrt{3}\mathrm{i}$

Module	Argument
$\begin{aligned} \lvert Z\rvert &= \sqrt{a^2+b^2} \\ &= \sqrt{10^2+\left(10\sqrt{3}\right)^2} \\ &= \sqrt{100+300} \\ &= 20 \end{aligned}$	$\begin{cases} \cos\theta = \frac{a}{r} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \\ \sin\theta = \frac{b}{r} = -\frac{10\sqrt{3}}{20} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ Donc $\theta = -\frac{\pi}{3}$ convient

$$Z = 10 - 10\sqrt{3}\mathrm{i} = 20\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \mathrm{i}\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right) = 20\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$$

$$\boxed{Z = 20\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}}$$

c. On considère le nombre complexe z_G défini par : $z_G = \dfrac{z_C}{z_R + z_C}$.

Montrer que $z_G = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}}$.

$$\begin{aligned} z_G &= \frac{z_C}{z_R + z_C} \\ &= \frac{z_C}{Z} \\ &= \frac{10\sqrt{3}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{2}}}{20\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{2}+\mathrm{i}\frac{\pi}{3}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}} \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{On a bien } z_G = \frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}}.}$$

d. Le module du nombre complexe z_G est appelé gain du filtre.

Donner la valeur exacte du gain du filtre puis une valeur approchée au centième.

$$\boxed{\lvert Z_G\rvert = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,87. \text{ Le gain du filtre vaut 0,87 au centième près.}}$$

Partie B : Effet du filtre sur un son aigu

On choisit un son aigu de fréquence $f = 1\,000\sqrt{3}$.

1 Montrer que le nombre complexe z_G défini par $z_G = \dfrac{z_C}{z_R + z_C}$ est égal à $\dfrac{-\mathrm{i}}{10 - \mathrm{i}}$.

$$\begin{aligned}
z_C &= -\frac{1000\sqrt{3}}{1000\sqrt{3}}\mathrm{i} \\
&= -\mathrm{i} \\
\text{Alors } z_G &= \frac{z_C}{z_R + z_C} \\
&= \frac{-\mathrm{i}}{10-\mathrm{i}}
\end{aligned}$$

2 Déterminer la forme algébrique de z_G .

$$\begin{aligned}
z_G &= \frac{-\mathrm{i}}{10-\mathrm{i}} \\
&= \frac{-\mathrm{i}\times(10+\mathrm{i})}{(10-\mathrm{i})\times(10+\mathrm{i})} \\
&= \frac{1-10\mathrm{i}}{(10^2+1^2)} \\
&= \frac{1}{101} - \frac{10}{101}\mathrm{i}
\end{aligned}$$

$$\boxed{z_G = \frac{1}{101} - \frac{10}{101}\mathrm{i}}$$

3 Calculer la valeur exacte du gain du filtre $|z_G|$ et en donner une valeur approchée au centième.

$$\begin{aligned}
|z_G| &= \left|\frac{-\mathrm{i}}{10-\mathrm{i}}\right| \\
&= \frac{|-\mathrm{i}|}{|10-\mathrm{i}|} \\
&= \frac{1}{\sqrt{1^2+10^2}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{101}} \\
&\approx 0,10
\end{aligned}$$

$$\boxed{|Z_G| = \frac{1}{\sqrt{101}} \approx 0,10. \text{ Le gain du filtre vaut 0,10 au centième près.}}$$

Exercice 4

(5 *points*)

On considère la fonction g définie sur $]0;+\infty[$, dont la courbe représentative $\mathcal{C}$ est tracée dans le repère ci-après.
On précise que la courbe ne coupe l'axe des abscisses qu'en deux points et qu'elle admet l'axe des ordonnées et la droite (d), qui est parallèle à l'axe des abscisses, comme asymptotes.

Partie A

1 Déterminer $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x)$.
$\lim\limits_{x\to 0^+} g(x) = +\infty$ car la droite d'équation $x = 0$ est asymptote verticale à $\mathcal{C}$.
$\lim\limits_{x\to +\infty} g(x) = 1$, donc la droite d'équation $y = 1$ est asymptote horizontale à $\mathcal{C}$ au voisinage de $+\infty$.

2 Donner dans un tableau le signe de $g(x)$ quand varie dans $]0;+\infty[$.

x	0		1		4		$+\infty$
signe de $g(x)$	||	+	0	-	0	+	

3 On admet que pour tout x de $]0;+\infty[$ $g(x) = \dfrac{x^2+bx+c}{x^2}$, où b et c sont des constantes réelles.

a. Lire $g(1)$ et $g(4)$ sur la figure.
La courbe $\mathcal{C}$ rencontre l'axe des abscisses en $A(1,0)$ et $B(4,0)$, donc $g(1) = 0$ et $g(4) = 0$.

$$\boxed{g(1)=0 \text{ et } g(4)=0.}$$

b. En déduire un système de deux équations permettant d'obtenir b et c .

$$\begin{aligned} g(1)=0 &\iff \frac{1^2+b+c}{1^2}=0 \\ &\iff b+c=-1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(4)=0 &\iff \frac{4^2+4b+c}{4^2}=0 \\ &\iff 16+4b+c=0 \\ &\iff 4b+c=-16 \end{aligned}$$

$$\boxed{b \text{ et } c \text{ sont solutions du système } \begin{cases} b+c=-1 \\ 4b+c=-16 \end{cases}}$$

c. Résoudre le système obtenu à la question b. et en déduire une expression de $g(x)$.

$$\begin{cases} b+c=-1 \\ 4b+c=-16 \end{cases} \iff \begin{cases} c=-b-1 \\ 4b-b-1=-16 \end{cases} \iff \begin{cases} c=-b-1 \\ 3b=-15 \end{cases} \iff \begin{cases} c=4 \\ b=-5 \end{cases}$$

$$\boxed{\text{La fonction } g \text{ est donc définie par } g(x)=\frac{x^2-5x+4}{x^2}.}$$

Partie B

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{x^2-5x+4}{x^2}$.

1 Calculer les limites de aux bornes de $]0;+\infty[$.

- Limite en $+\infty$
  Vers l'infini, un quotient de polynômes a la même limite que le quotient simplifié de ses termes de plus haut degré.
  Ainsi $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2}{x^2} = \lim\limits_{x\to+\infty} 1 = 1$

$$\boxed{\lim_{x\to+\infty} f(x) == 1}$$

- Limite en 0^+
  $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to0^+} x^2-5x+4=4 \\ \lim\limits_{x\to0^+} x^2=0^+ \text{ donc par inverse } \lim\limits_{x\to0^+} \frac{1}{x^2}=+\infty \end{array}\right\}$ Par produit $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=+\infty$

$$\boxed{\lim_{x\to0^+} f(x) == +\infty}$$

2 Prouver que, pour tout x appartenant à $]0;+\infty[$, $f'(x)=\dfrac{5x-8}{x^3}$.

f est dérivable comme quotient de deux fonctions dérivables dont le dénominateur ne s'annule pas.
$f = \dfrac{u}{v}$ d'où $f' = \dfrac{u'v - v'u}{v^2}$ avec pour tout réel x, dans $]0;+\infty[$: $\begin{cases} u(x) &= x^2 - 5x + 4 \\ v(x) &= x^2 \end{cases}$ ainsi : $\begin{cases} u'(x) &= 2x - 5 \\ v'(x) &= 2x \end{cases}$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(2x-5)x^2 - 2x(x^2-5x+4)}{x^4} \\ &= \frac{2x^3 - 5x^2 - 2x^3 + 10x^2 - 8x}{x^4} \\ &= \frac{5x^2 - 8x}{x^4} \\ &= \frac{x(5x-8)}{x \times x^3} \\ &= \frac{5x-8}{x^3} \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{Ainsi, on a bien } f'(x) = \frac{5x-8}{x^3}.}$$

3 Etudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f.

- Etudions le signe de la dérivée :
  Sur $]0;+\infty[$, on a $x > 0$ donc $x^3 > 0$, ainsi $f'(x)$ a le signe de $5x - 8$.

$$f'(x) = 0 \iff 5x - 8 = 0 \iff 5x = 8 \iff x = \frac{8}{5}$$

$$f'(x) > 0 \iff 5x - 8 > 0 \iff 5x > 8 \iff x > \frac{8}{5}$$

- On déduit le tableau de variations de f sur $]0;+\infty[$:

x	0		$\frac{8}{5}$		$+\infty$
$f'(x)$	||	$-$	0	$+$	
Variations de f	|| $+\infty$	$\searrow$	$-\frac{9}{16}$	$\nearrow$	1

$$f\left(\tfrac{8}{5}\right) = \frac{\left(\frac{8}{5}\right)^2 - 5\left(\frac{8}{5}\right) + 4}{\left(\frac{8}{5}\right)^2} = \frac{\frac{64}{25} - 4}{\frac{64}{25}} = \frac{-\frac{36}{25}}{\frac{64}{25}} = -\frac{36}{64} = -\frac{4 \times 9}{4 \times 16} = -\frac{9}{16}$$

4 Déterminer l'équation de la tangente T à la courbe représentative de f au point d'abscisse 2 . T a pour équation $y = f'(2)(x-2) + f(2)$

✏ $f'(2) = \dfrac{5 \times 2 - 8}{2^3} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

✏ $f(2) = \dfrac{2^2 - 5 \times 2 + 4}{2^2} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

$$\boxed{T \text{ a pour équation } y = \tfrac{1}{4}(x-2) - \tfrac{1}{2}, \text{ soit } y = \tfrac{1}{4}x - 1}$$