

Nom :	 DM 02 		Oct. 2019
Prénom :		Devoir n° 5	.../...

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. **Faites des phrases claires et précises.**
Le barème est approximatif. La calculatrice est autorisée.



Présentation : 2 points



Exercice 1

0 point

Les abeilles assurent la reproduction de plus des trois-quarts des espèces végétales du globe terrestre grâce à la pollinisation. Depuis une dizaine d'années, on constate une diminution du nombre de colonies d'abeilles à cause de l'évolution du climat et de l'utilisation d'insecticides pour protéger certaines cultures.

Partie A

On observe une colonie constituée de 40 000 abeilles. On estime que, dans cette colonie, 1 000 abeilles naissent chaque jour et 500 décèdent chaque jour de manière naturelle.

Déterminer, en justifiant, le nombre de jours nécessaires pour que la population de cette colonie atteigne les 50 000 individus.

Pour tout entier naturel n , on note a_n le nombre d'abeilles de la colonie n jours après le début de l'observation.

On a donc $a_0 = 40000$ et pour tout entier naturel n , $a_{n+1} = a_n + 1000 - 500$. Soit pour tout entier naturel n , $a_{n+1} = a_n + 500$. Ainsi, la suite (a_n) est une suite arithmétique de raison 500 et de premier terme $a_0 = 40000$.

Donc pour tout entier naturel n , on a : $a_n = 40000 + 500n$

Le nombre de jours nécessaires pour que la population de cette colonie atteigne les 50000 individus est l'entier n solution de l'équation :

$$\begin{aligned}
 a_n = 50000 &\iff 40000 + 500n = 50000 \\
 &\iff 500n = 10000 \\
 &\iff n = \frac{50000}{500} \\
 &\iff n = 20
 \end{aligned}$$

Selon ce modèle, la population de cette colonie atteindra les 50000 individus au bout de 20 jours.

Partie B

Après ce premier temps d'observation, un insecticide est régulièrement pulvérisé dans le champ près duquel les abeilles butinent.

On estime alors à 20 % la proportion d'abeilles de la colonie qui décèdent chaque jour à cause de cet insecticide. On suppose que le nombre de naissances et de décès de manière naturelle reste identique (1 000 naissances et 500 décès de manière naturelle). Pour tout entier naturel n , on note un le nombre d'individus de la colonie n jours après le début des pulvérisations de l'insecticide. On a donc $u_0 = 50000$.

1 On modélise cette situation par la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$u_{n+1} = 0,8u_n + 500.$$

Calculer le nombre d'abeilles dans la colonie un jour après le début des pulvérisations.

$n = 0$ dans la relation $u_{n+1} = 0,8u_n + 500$ donne $u_1 = 0,8u_0 + 500 = 0,8 \times 50000 + 500 = 40500$

Un jour après le début des pulvérisations il y a 40500 abeilles dans la colonie.

2 On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = u_n - 2500$.

a. Montrer que, pour tout entier naturel n : $v_{n+1} = 0,8v_n$.

Pour tout entier n , on a :

$$\begin{aligned}v_{n+1} &= u_{n+1} - 2500 \\ &= 0,8u_n + 500 - 2500 \\ &= 0,8u_n - 2000 \\ &= 0,8(u_n - 2500) \\ &= 0,8v_n\end{aligned}$$

Ainsi pour tout entier n , on a $v_{n+1} = 0,8v_n$.

b. En déduire la nature de la suite (v_n) et exprimer v_n en fonction de n pour tout entier naturel n .

Pour tout entier n , on a $v_{n+1} = 0,8v_n$ donc la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,8 et dont le premier terme $v_0 = u_0 - 2500 = 47500$.

Comme la suite (v_n) est une suite géométrique, on a $v_n = q^n \times v_0$.

Ainsi pour tout entier n , on a $v_n = 47500 \times 0,8^n$.

c. En déduire que, pour tout entier naturel n , on a : $u_n = 47500 \times 0,8^n + 2500$.

Comme pour tout entier naturel n par : $v_n = u_n - 2500$, on déduit $u_n = v_n + 2500$,

Ainsi pour tout entier n , on a $u_n = 47500 \times 0,8^n + 2500$.

3 Des études ont montré qu'une colonie d'abeilles n'est plus en mesure d'assurer sa survie si elle compte moins de 5 000 individus.

La colonie étudiée va-t-elle survivre? Justifier la réponse.

Comme $0 < 0,8 < 1$, on déduit $\lim_{n \rightarrow +\infty} 0,8^n = 0$, donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} 47500 \times 0,8^n = 0$ et donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2500$

Ce qui signifie que selon ce modèle, à long terme, le nombre d'abeilles de la colonie sera proche de 2500. Donc la colonie étudiée ne va pas survivre.