Nom : .... *Prénom :*	**DM 01**	TSTI2D1 *Sept. 2019* *Devoir n° 2* ..../...

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. ***Faites des phrases claires et précises.***
Le barème est approximatif. La calculatrice est autorisée.

Présentation : 2 points

Exercice 1 — *0 point*

On considère le polynôme $Q(x) = 3x^3 - 8x^2 - 5x + 6$.

1 Calculer $Q(3)$.

$$\begin{aligned} Q(3) &= 3 \times 27 - 8 \times 9 - 15 + 6 \\ &= 81 - 72 - 9 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\boxed{Q(3) = 0}$$

2 Pourquoi peut on en déduire une factorisation de Q sous la forme $Q(x) = (x-3)(ax^2 + bx + c)$?
$Q(3) = 0$ donc $Q(x)$ se factorise par $(x-3)$.
Comme $deg(Q) = 3$ on déduit que $Q(x) = (x-3)S(x)$ où $deg(S) = 2$.

$$\boxed{\text{On en déduit une factorisation de } Q \text{ sous la forme } Q(x) = (x-3)(ax^2+bx+c).}$$

3 Déterminer a, b et c.

$$\begin{aligned} Q(x) &= (x-3)(ax^2+bx+c) \\ &= ax^3 + bx^2 + cx - 3ax^2 - 3bx - 3c \\ &= ax^3 + (b-3a)x^2 + (c-3b)x - 3c \\ \textbf{Or } Q(x) &= 3x^3 - 8x^2 - 5x + 6 \end{aligned}$$

En identifiant les termes de même degré ; il vient :

$$\begin{cases} a = 3 \\ b - 3a = -8 \\ c - 3b = -5 \\ -3c = -6 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 3a - 8 = 9 - 8 = 1 \\ c = 3b - 5 = 3 - 5 = -2 \\ c = 2 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 3 \\ b = 1 \\ c = -2 \end{cases}$$

$$\boxed{\text{On déduit la factorisation } Q(x) = (x-3)(3x^2+x-2).}$$

4 Résoudre $Q(x) = 0$.

$$\begin{aligned} Q(x) = 0 &\iff (x-3)(3x^2+x-2) = 0 \\ &\iff (x-3) = 0 \textbf{ ou } (3x^2+x-2) = 0 \\ &\iff x = 3 \textbf{ ou } (3x^2+x-2) = 0 \end{aligned}$$

Résolvons $3x^2 + x - 2 = 0$
$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4 \times 3 \times (-2) = 25$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{-1+5}{6} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x_2 &= \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{-1-5}{6} \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$\boxed{\mathcal{S} = \left\{-1; \tfrac{2}{3}; 3\right\}}$$

Exercice 2 — 0 point

Soit f la fonction définie sur $[-10;10]$ par
$$f(x) = x^2 - 4x + 1.$$

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f.

PARTIE A : calculs.

1 Quelle est l'image par f de 3 ? de $2 - 2\sqrt{2}$?

$$\begin{aligned} f(3) &= 3^2 - 4 \times 3 + 1 \\ &= 9 - 12 + 1 \\ &= -2 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} f(2-2\sqrt{2}) &= (2-2\sqrt{2})^2 - 4(2-2\sqrt{2}) + 1 \\ &= 4 - 2 \times 2 \times 2\sqrt{2} + (2\sqrt{2})^2 - 8 + 8\sqrt{2} + 1 \\ &= 4 - 8\sqrt{2} + 8 - 8 + 8\sqrt{2} + 1 = 5 \end{aligned}$$

$$\boxed{f(3) = -2 \text{ et } f(2-2\sqrt{2}) = 5}$$

2 Déterminer les antécédents éventuels de -1 et de -5 par f.

$$\begin{aligned} f(x) = -1 \quad &\Longleftrightarrow x^2 - 4x + 1 = -1 \\ &\Longleftrightarrow x^2 - 4x + 2 = 0 \end{aligned}$$

$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4 \times 1 \times 2 = 8$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{4+2\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{2(2+\sqrt{2})}{2} \\ &= 2+\sqrt{2} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x_2 &= \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{4-2\sqrt{2}}{2} \\ &= 2-\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{-1 admet deux antécédents par } f \; 2-\sqrt{2} \text{ et } 2+\sqrt{2}.}$$

$$\begin{aligned} f(x) = -5 \quad &\Longleftrightarrow x^2 - 4x + 1 = -5 \\ &\Longleftrightarrow x^2 - 4x + 6 = 0 \end{aligned}$$

$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4 \times 1 \times 6 = -8$
$\Delta < 0$, donc l'équation n'a pas de solution réelle.

$$\boxed{\text{-5 n' admet pas d'antécédent par } f \text{ .}}$$

3 Un point de $\mathscr{C}$ a pour abscisse -2, quelle est son ordonnée ?
Son ordonnée est $f(-2) = (-2)^2 - 4 \times (-2) + 1 = 4 + 8 + 1 = 13$

$$\boxed{\text{Le point de } \mathscr{C} \text{ a pour abscisse -2 a pour donnée 13.}}$$

4 On voudrait savoir s'il existe des points dont l'ordonnée est 4. Quelle équation doit-on résoudre ? Résoudre l'équation proposée.
Pour savoir s'il existe des points de $\mathscr{C}$ d'ordonnée 4, on doit résoudre l'équation $f(x) = 4$.

$$\begin{aligned} f(x) = 4 \quad &\iff x^2 - 4x + 1 = 4 \\ &\iff x^2 - 4x - 3 = 0 \end{aligned}$$

$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4 \times 1 \times (-3) = 28$

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4+2\sqrt{7}}{2} = \frac{2(2+\sqrt{7})}{2} = 2+\sqrt{7} \qquad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4-2\sqrt{7}}{2} = 2-\sqrt{7}$$

$$\boxed{\text{Deux points de } \mathscr{C} \text{ ont pour ordonnée 4. Ce sont } F(2-\sqrt{7};4) \text{ et } G(2+\sqrt{7};4).}$$

PARTIE B : avec une calculatrice.

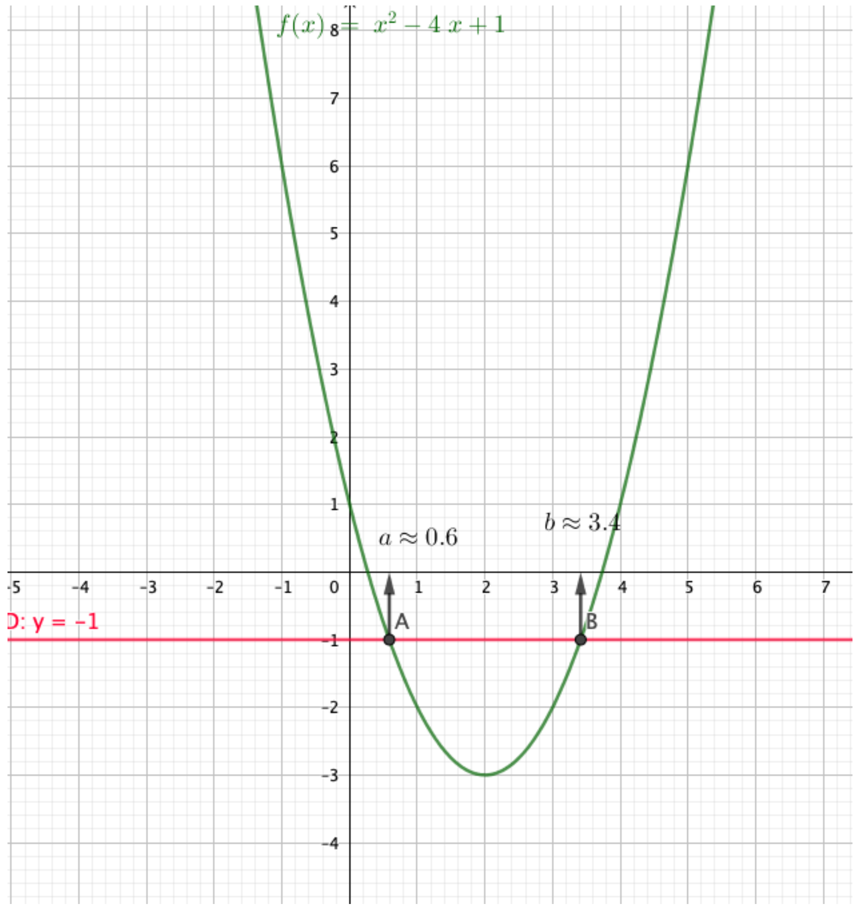
Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1 A l'aide d'une calculatrice, remplir le tableau de valeurs allant de -2 à 6 par pas de 0, 5.

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
$f(x)$	13	9,25	6	3,25	1	0,75	-2	-2,75	-3	-2,75	-2	-0,75	1	3,25	6	9,25	13

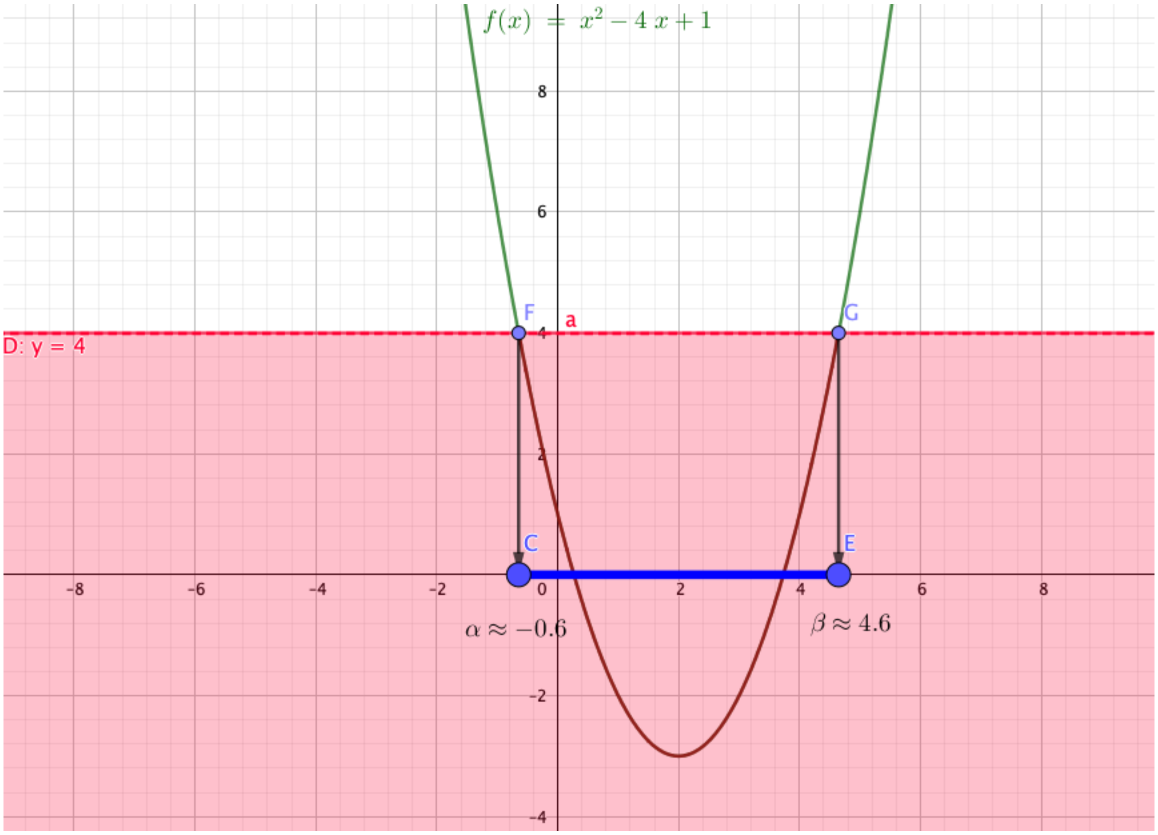
2 En vous servant du tableau de valeurs, construire $\mathscr{C}$.

3 Résoudre graphiquement $f(x) = -1$.



Graphiquement, l'équation $f(x) = -1$ a deux solutions $a \approx 0,6$ et $b \approx 3,4$

4 Résoudre graphiquement $f(x) < 4$.



Les olutions de l'inéquation $f(x) < 4$ sont les abscisses des points de $\mathscr{C}$ situés strictement en dessous de la droite d'équation $y = 4$.

$$\boxed{\text{On lit } S =]\alpha;\beta[\text{ où } \alpha \approx -0,6 \text{ et } \beta \approx 4,6.}$$