

# BACCALAURÉAT BLANC 2016 DE MATHÉMATIQUES – SÉRIE STI2D –

Durée de l'épreuve : 4 HEURES

Les calculatrices sont **AUTORISÉES**

Coefficient : 4

---

TSTI2D

*Le candidat doit traiter les quatre exercices. La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Le barème est approximatif.*

Sur l'en-tête de votre copie, précisez clairement et distinctement :

- ▶ le nom de l'épreuve : épreuve de mathématiques.
- ▶  **votre spécialité** : ITEC ou EE.
- ▶ votre classe : Terminale STI2D1 ou Terminale STI2D2 ou ...

**Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 5 pages.**

### Exercice 1

Le QCM!

### Exercice 2

Une entreprise fabrique et vend à des particuliers des panneaux solaires photovoltaïques produisant de l'électricité. Elle en produit chaque mois entre 50 et 2 500.

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $[0,5; 25]$  par

$$f(x) = 18 \ln x - x^2 + 16x - 15.$$

Si  $x$  représente le nombre de centaines de panneaux solaires fabriqués et vendus, alors on admet que  $f(x)$  représente le bénéfice mensuel de l'entreprise, en milliers d'euros.

On suppose que  $f$  est dérivable sur  $[0,5; 25]$ , et on note  $f'$  sa fonction dérivée.

## PARTIE A

- 1** Calculer  $f'(x)$ . Vérifier que, pour tout nombre  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0,5; 25]$ , on a

$$f'(x) = \frac{-2x^2 + 16x + 18}{x}$$

- 2** Étudier le signe de  $f'(x)$  sur l'intervalle  $[0,5; 25]$ . En déduire les variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0,5; 25]$ .

- 3** a. Calculer  $f(1)$ .

b. Montrer que sur l'intervalle  $[18; 19]$  l'équation  $f(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$ . Déterminer une valeur approchée par défaut de  $\alpha$  à  $10^{-2}$  près.

c. En déduire le signe de  $f(x)$  pour tout  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0,5; 25]$ .

- 4** Quels sont le nombre minimal et le nombre maximal de panneaux que l'entreprise doit produire et vendre pour être bénéficiaire ?

- 5** Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

L'entreprise peut-elle réaliser un bénéfice mensuel de 100000 € ? Justifier la réponse.

## PARTIE B

- 1** On admet que la fonction  $G$  définie sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  par  $G(x) = x \ln x - x$  est une primitive de la fonction logarithme népérien sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ . En déduire une primitive  $F$  de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0,5; 25]$ .

- 2** Rappel : soit  $f$  une fonction définie et continue sur un intervalle  $[a; b]$ , où  $a < b$ .

La valeur moyenne de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[a; b]$  est le nombre réel  $m$  défini par  $m = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$ .

Déterminer la valeur moyenne du bénéfice mensuel de l'entreprise, arrondie à la centaine d'euros, lorsque celle-ci produit et vend entre 100 et 1 800 panneaux solaires.

**Exercice 3****5 points**

Dans le plan complexe, on considère les points  $A, B$  et  $C$  d'affixes respectives  $z_A, z_B$  et  $z_C$  telles que

$$z_A = \left[ 2; \frac{\pi}{6} \right], z_B = \overline{z_A} \text{ et } z_C = -z_A$$

- 1** Déterminer la forme algébrique des nombres complexes  $z_A, z_B$  et  $z_C$ .
- 2** Déterminer le module et un argument des nombres complexes  $z_B$  et  $z_C$ .
- 3**
  - a. Placer les points  $A, B$  et  $C$  dans un repère orthonormé  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  d'unité 2 cm.
  - b. Justifier que  $O$  est le milieu du segment  $[AC]$ .
- 4** Soit  $D$  le point d'affixe  $z_D = -\sqrt{3} + i$ 
  - a. Déterminer la forme trigonométrique de  $z_D$ .
  - b. Prouver que  $D$  est la symétrique de  $B$  par rapport à  $O$ .
- 5**
  - a. Démontrer que  $AC = BD$ .
  - b. Quelle est la nature du quadrilatère  $ABCD$ ? Justifier.
  - c. Calculer l'aire en  $\text{cm}^2$  de  $ABCD$ .

**Exercice 4****6 points**

L'efficacité énergétique (valorisation des déchets, efficacité des éclairages, domotique dans les habitations, ...) devient une priorité pour les industriels, les collectivités locales et les usagers.

À l'échelle européenne, le marché des services énergétiques devrait croître de 5 % par an. En 2014, le fournisseur d'énergie ENERGIA a réalisé un chiffre d'affaires de 920 millions d'euros dans les services énergétiques.

**Les résultats seront arrondis au million d'euros près**

- 1** Déterminer le chiffre d'affaires que devrait réaliser le fournisseur ENERGIA dans les services énergétiques pour l'année 2015.  
On suppose que dans les prochaines années, la tendance va se poursuivre.  
Notons  $C_n$  le chiffre d'affaires, en million d'euros, réalisé par le fournisseur ENERGIA dans les services énergétiques pour l'année  $2014 + n$ .
- 2** Exprimer  $C_{n+1}$  en fonction de  $C_n$ .  
En déduire la nature de la suite  $(C_n)$  et donner ses éléments caractéristiques.
- 3** Exprimer  $C_n$  en fonction de  $n$ .
- 4**
  - a. Calculer la valeur du chiffre d'affaires en 2019.
  - b. Quel est le pourcentage d'augmentation du chiffre d'affaires de 2014 à 2019?  
On donnera le résultat sous la forme  $p\%$ , où  $p$  est arrondi à  $10^{-1}$ .

5 On veut déterminer à partir de quelle année le chiffre d'affaires du fournisseur ENERGIA réalisé dans les services énergétiques va doubler.

a. On considère l'algorithme ci-dessous. Recopier et compléter les lignes 8 et 13 afin que cet algorithme réponde à la question posée.

1	<b>Variables</b>
2	N : un nombre entier naturel
3	C : un nombre réel
4	<b>Initialisation</b>
5	Affecter à N la valeur 0
6	Affecter à C la valeur 920
7	<b>Traitement</b>
8	Tant que ...
9	Affecter à N la valeur $N + 1$
10	Affecter à C la valeur $C * 1,05$
11	Fin Tant que
12	<b>Sortie</b>
13	Afficher ...

b. En faisant tourner cet algorithme complété, déterminer l'année à partir de laquelle le chiffre d'affaires du fournisseur ENERGIA réalisé dans les services énergétiques dépassera les 1 840 millions d'euros.

c. Proposer une méthode plus directe pour répondre à la question précédente par le calcul.

6 Après avoir effectué une analyse du marché, on prévoit plutôt une hausse annuelle de 10 % du marché des services énergétiques à l'échelle européenne. Déterminer l'année à partir de laquelle le chiffre d'affaires va doubler.