

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. **Faites des phrases claires et précises.**  
 Le barème est approximatif. La calculatrice est autorisée.



Attention ! Le sujet est sur 2 pages ( recto-verso ).

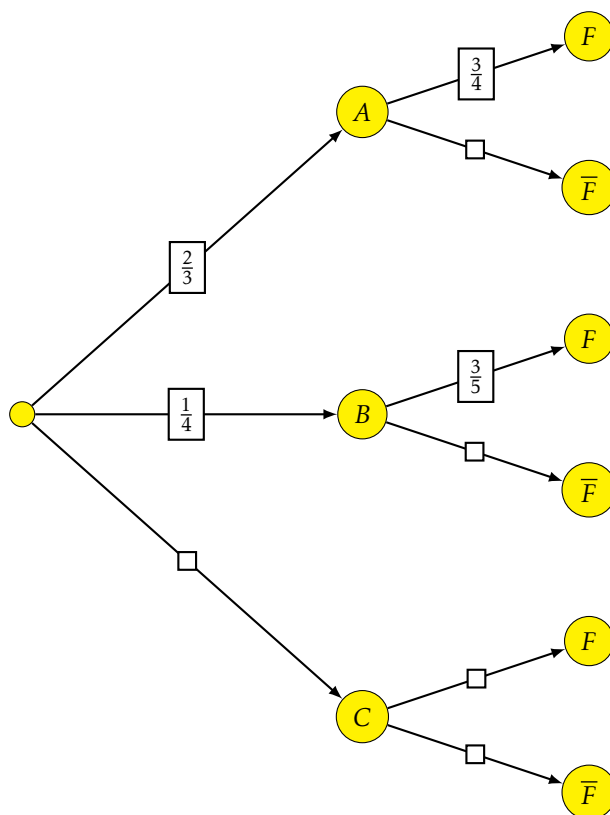


### Exercice 1

6,5 points

Une association offre à ses adhérents des paniers de légumes. Chaque adhérent a le choix entre trois tailles de panier :

- un panier de petite taille;
- un panier de taille moyenne;
- un panier de grande taille.



L'association envisage de proposer en outre des livraisons d'oeufs frais. Pour savoir si ses adhérents sont intéressés, elle réalise un sondage.

On interroge un adhérent au hasard. On considère les évènements suivants :

- A : « l'adhérent choisit un panier de petite taille »;
- B : « l'adhérent choisit un panier de taille moyenne »;
- C : « l'adhérent choisit un panier de grande taille »;
- F : « l'adhérent est intéressé par une livraison d'oeufs frais ».

On dispose de certaines données, qui sont résumées dans l'arbre ci-dessous :

- 1** Dans cette question, on ne cherchera pas à compléter l'arbre.
- 1 pt **a.** Calculer la probabilité que l'adhérent choisisse un panier de petite taille et soit intéressé par une livraison d'oeufs frais.
- 1.5 pt **b.** Calculer  $P(B \cap \bar{F})$ , puis interpréter ce résultat à l'aide d'une phrase.
- 2 pts **c.** La livraison d'oeufs frais ne sera mise en place que si la probabilité de l'évènement  $F$  est supérieure à 0,6. Pourquoi peut-on affirmer que cette livraison sera mise en place ?
- 2** Dans cette question, on suppose que  $P(F) = 0,675$ .
- 1 pt **a.** Démontrer que la probabilité conditionnelle de  $F$  sachant  $C$ , notée  $P_C(F)$ , est égale à 0,3.
- 1 pt **b.** L'adhérent interrogé est intéressé par la livraison d'oeufs frais. Quelle est la probabilité qu'il ait choisi un panier de grande taille ? Arrondir le résultat à  $10^{-2}$ .

### Exercice 2

4 points

Dans le lycée Probabilix :

- il y a 108 élèves en terminale scientifique, 21 ont choisi la spécialité mathématique, 27 l'option Latin et 8 élèves ont choisi les deux ;
- Il y a 40 élèves qui ont choisi l'espagnol en seconde langue et parmi ceci il y a 10 élèves qui ont choisi l'option Latin.

On choisit au hasard un élève de terminale et on appelle :

- $L$  l'évènement « l'élève a choisi l'option latin ;
- $M$  l'évènement « l'élève a choisi la spécialité mathématique ;
- $E$  l'évènement « l'élève a choisi l'espagnol en seconde langue.

- 2 pts **1** Calculer les probabilités des évènements  $L, M$  et  $L \cap M$ .
- 1 pt **2** Les évènements  $L$  et  $M$  sont-ils indépendants ?
- 1 pt **3** Les évènements  $L$  et  $E$  sont-ils indépendants ?

### Exercice 3

9.5 points

Résoudre les équations suivantes en ayant soin de déterminer l'ensemble sur lequel votre calcul est valable.

On visualisera cet ensemble sur une droite orientée.

- 1.5 pt **1 a.**  $\ln(2x+1) + \ln(x-3) = \ln(x+5)$
- 2 pts **b.**  $\ln(x^2 + 5x + 6) = \ln(x+11)$
- 2** Changement de variable :
- 0.5 pt **a.** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $5X^2 - 13X - 6 = 0$
- b.** En déduire les solutions des équations suivantes :
- 1 pt i.  $5e^{2x} - 13e^x - 6 = 0$
- 1 pt ii.  $5(\ln(x))^2 - 13\ln(x) - 6 = 0$
- 3** Résoudre les inéquations suivantes en ayant soin de déterminer l'ensemble sur lequel votre calcul est valable. On visualisera cet ensemble sur une droite orientée.
- 2 pts **a.**  $\ln\left(\frac{2x+1}{x-1}\right) \leq 0$
- 1.5 pt **b.**  $\ln(x+3) \leq \ln(1-x)$

**Exercice 4**

8,5 points

Soit  $g$  la fonction définie sur  $[0 ; +\infty[$  par  $g(x) = e^x - xe^x + 1$ .

- 1 pt **1** Déterminer la limite de  $g$  en  $+\infty$ .
- 1.5 pt **2** Étudier les variations de la fonction  $g$ .
- 1 pt **3** Donner le tableau de variations de  $g$ .
- 2 pts **4** **a.** Démontrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet sur  $[0 ; +\infty[$  une unique solution. On note  $\alpha$  cette solution.
- 1 pt **b.** À l'aide de la calculatrice, déterminer un encadrement d'amplitude  $10^{-2}$  de  $\alpha$ .
- 1 pt **c.** Démontrer que  $e^\alpha = \frac{1}{\alpha - 1}$ .
- 1 pt **5** Déterminer le signe de  $g(x)$  suivant les valeurs de  $x$ .

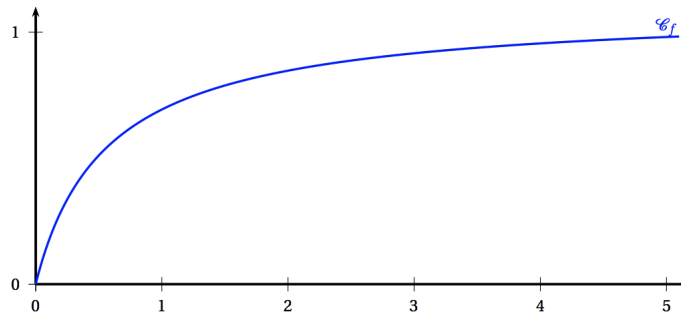
**Exercice 5**

4 points

On considère la fonction  $f$  définie sur  $[0 ; +\infty[$  par

$$f(x) = \ln\left(\frac{3x+1}{x+1}\right).$$

On admet que la fonction  $f$  est dérivable sur  $[0 ; +\infty[$  et on note  $f'$  sa fonction dérivée.  
On note  $\mathcal{C}_f$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère orthogonal.



- 1.5 pt **1** Déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et en donner une interprétation graphique.
- 1.5 pt **2** **a.** Démontrer que, pour tout nombre réel  $x$  positif ou nul,

$$f'(x) = \frac{2}{(x+1)(3x+1)}$$

- 1 pt **b.** En déduire que la fonction  $f$  est strictement croissante sur  $[0 ; +\infty[$ .