Nom :	**DM 04**	TS4 — Nov. 2019
Prénom :		Devoir n° 7 — .../...

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. ***Faites des phrases claires et précises.***
Le barème est approximatif. La calculatrice est autorisée.

Présentation : 2 points

Exercice 1 : ...

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par

$$f(x) = x + 1 + \frac{x}{e^x}.$$

On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative.

1. Soit g la fonction définie et dérivable sur l'ensemble $\mathbb{R}$ par $g(x) = 1 - x + e^x$.
Dresser, en le justifiant, le tableau donnant les variations de la fonction g sur $\mathbb{R}$ (les limites de g aux bornes de son ensemble de définition ne sont pas attendues).
En déduire le signe de $g(x)$.
2. Déterminer la limite de f en $-\infty$ puis la limite de f en $+\infty$.
3. On appelle f' la dérivée de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
Démontrer que, pour tout réel x, $f'(x) = e^{-x}g(x)$.
4. En déduire le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
5. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution réelle α sur $\mathbb{R}$.
Démontrer que $-1 < \alpha < 0$.
6. **a.** Démontrer que la droite T d'équation $y = 2x + 1$ est tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0.
b. Étudier la position relative de la courbe $\mathcal{C}$ et de la droite T.

Exercice 2 : ...

La courbe $\mathcal{C}$ représente, dans un repère du plan, la fonction exponentielle. On considère les points $A_0(0;0)$ et $B_0(0;1)$.
Pour tout $n \in \mathbb{N}$: B_n est le point de $\mathcal{C}$ de même abscisse x_n que A_n .
A_{n+1} est le point d'intersection de la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point B_n et l'axe des abscisses.
T_n est le triangle $A_{n+1}A_nB_n$.
La somme des aires des triangles $T_0, T_1, \cdots, T_n$ admet-elle une limite quand n tend vers $+\infty$?