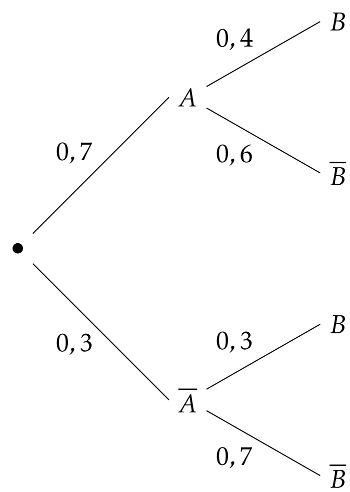
Nom :	DS 04	TS3 — Déc. 2018
Prénom :	CASE DES MATHS	Devoir n° 13 — .../...

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. ***Faites des phrases claires et précises.***
Le barème est approximatif. La calculatrice est autorisée.

Attention ! Le sujet est sur 2 pages (recto-verso).

Exercice 1 — 4 points

Dans une population donnée, on étudie des caractères génétiques de deux sortes, $\mathscr{A}$ et $\mathscr{B}$.
On choisit au hasard une personne dans la population. On note A l'événement « la personne possède le caractère $\mathscr{A}$ » et B l'événement « la personne possède le caractère $\mathscr{B}$ ».
Claire a construit l'arbre suivant :



1 pt **1** Compléter l'arbre de probabilités ci-dessus.

2 pts **2** **a.** Trouver $p(B)$ et $p\left(\overline{B}\right)$

On utilise la partition $B, \overline{B}$:

$$\begin{aligned} p(B) &= p\left(A \cap B\right) + p\left(\overline{A} \cap B\right) \\ &= p(A) \times p_A(B) + p\left(\overline{A}\right) \times p_{\overline{A}}(B) \\ &= 0,7 \times 0,4 + 0,3 \times 0,3 \\ &= 0,28 + 0,09 \\ &= 0,37 \end{aligned}$$

On déduit alors $p\left(\overline{B}\right) = 1 - p(B) = 1 - 0,37 = 0,63$

$$\boxed{p(B) = 0,37 \text{ et } p\left(\overline{B}\right) = 0,63}$$

1 pt **b.** Quelle est la probabilité qu'une personne ne possède pas le caractère $\mathscr{A}$ sachant qu'elle possède le caractère $\mathscr{B}$?

On veut ici calculer la probabilité conditionnelle : $p_B\left(\overline{A}\right)$:

$$\begin{aligned} p_B\left(\overline{A}\right) &= \frac{p\left(\overline{A}\cap B\right)}{p(B)} \\ &= \frac{0,3\times 0,3}{0,37} \\ &= \frac{9}{37} \end{aligned}$$

La probabilité qu'une personne ne possède pas le caractère $\mathscr{A}$ sachant qu'elle possède le caractère $\mathscr{B}$ est $p_B\left(\overline{A}\right) = \dfrac{9}{37}$

Exercice 2 — 6,5 points

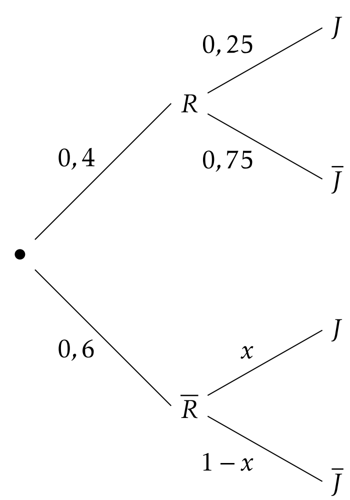
Dans un supermarché, on réalise une étude sur la vente de bouteilles de jus de fruits sur une période d'un mois.

- 40 % des bouteilles vendues sont des bouteilles de jus d'orange ;
- 25 % des bouteilles de jus d'orange vendues possèdent l'appellation « pur jus ».

Parmi les bouteilles qui ne sont pas de jus d'orange, la proportion des bouteilles de « pur jus » est notée x, où x est un réel de l'intervalle $[0\,;\,1]$.
Par ailleurs, 20 % des bouteilles de jus de fruits vendues possèdent l'appellation « pur jus ».
On prélève au hasard une bouteille de jus de fruits passée en caisse.
On définit les événements suivants :
R : « la bouteille prélevée est une bouteille de jus d'orange » ;
J : « la bouteille prélevée est une bouteille de « pur jus » ».

Partie A

1 pt **1** Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.



2 pts **2** Déterminer la valeur exacte de x.
On sait que 20 % des bouteilles de jus de fruits vendues possèdent l'appellation « pur jus » donc $P(J) = 0,2$.
D'après la formule des probabilités totales :
$P(J) = P(R\cap J) + P\left(\overline{R}\cap J\right) = P(R)\times P_R(J) + P\left(\overline{R}\right)\times P_{\overline{R}}(J) = 0,4\times 0,25 + 0,6\times x = 0,1 + 0,6x$

$$\left.\begin{array}{rcl} P(J) &=& 0,2 \\ P(J) &=& 0,1+0,6x \end{array}\right\} \iff 0,2 = 0,1+0,6x \iff x = \frac{1}{6}$$

$$\boxed{x = \frac{1}{6}}$$

1 pt **3** Une bouteille passée en caisse et prélevée au hasard est une bouteille de « pur jus ».
Calculer la probabilité que ce soit une bouteille de jus d'orange.

$$\boxed{\text{C'est une bouteille de jus d'orange avec la probabilité } P_J(R) = \dfrac{P(R \cap J)}{P(J)} = \dfrac{0,1}{0,2} = \dfrac{1}{2}}$$

Partie B

Afin d'avoir une meilleure connaissance de sa clientèle, le directeur du supermarché fait une étude sur un lot des 500 dernières bouteilles de jus de fruits vendues. On note X la variable aléatoire égale au nombre de bouteilles de « pur jus » dans ce lot. On admettra que le stock de bouteilles présentes dans le supermarché est suffisamment important pour que le choix de ces 500 bouteilles puisse être assimilé à un tirage au sort avec remise.

1 pt **1** Déterminer la loi suivie par la variable aléatoire X. On se justifiera et on donnera les paramètres de cette loi.

On répète de façon indépendante 500 fois cette épreuve donc la variable aléatoire X qui donne le nombre de bouteilles « pur jus » suit la loi binomiale de paramètres $n = 500$ et $p = 0,2$.

1.5 pt **2** Déterminer la probabilité pour qu'au moins 75 bouteilles de cet échantillon de 500 bouteilles soient de « pur jus ». On arrondira le résultat au millième.
On cherche $P(X \geqslant 75)$ qui est égal à $1 - P(X \leqslant 74)$.
À la calculatrice on trouve $P(X \leqslant 74) \approx 0{,}001\,6$
2nd DISTR B binomFRép(. , . , .)
binomFRép$(500, 0.2, 74) \approx 0,0016$ Ceci calcule $P(X \leq 74)$ dans le cas où X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(500, 0.2)$

$$\boxed{\text{ce qui donne } 0,998 \text{ pour la probabilité cherchée.}}$$

Exercice 3 — 4,5 points

Pour chaque question, une affirmation est proposée. Indiquer si elle est vraie ou fausse, en justifiant la réponse. Toute réponse non justifiée ne sera pas prise en compte.

1.5 pt Question 1 : A, B et C sont trois événements tels que :

$$A \text{ et } B \text{ sont incompatibles, } B \text{ et } C \text{ sont indépendants, } P(A) = P(B) = P(C) = 0,4.$$

Affirmation 1 : $P(A \cup B) = 0,8$ et $P(B \cup C) = 0,8$.
A et B sont incompatibles,donc $A \cap B = \emptyset$ et donc $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0,4 + 0,4 = 0,8$
B et C sont indépendants, donc $P(B \cap C) = P(B) \times P(C) = 0,4 \times 0,4 = 0,16$
Par ailleurs $P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C) = 0,4 + 0,4 - 0,16 = 0,64$

$$\boxed{\text{L'affirmation 1 est fausse.}}$$

1.5 pt Question 2 : Un tireur sur cible s'entraîne sur une cible circulaire comportant trois zones délimitées par des cercles de même centre et de rayons respectifs 10, 20 et 30 centimètres. On suppose que le tireur atteint toujours la cible et on désigne par p_1, p_2 et p_3 les probabilités d'atteindre respectivement le disque central, la couronne comprise entre les cercles de rayons 10 et 20 centimètres et la couronne la plus éloignée du centre. On suppose, de plus, que p_1, p_2 et p_3 sont proportionnelles aux aires des zones auxquelles elles correspondent.
Affirmation 2 : La probabilité d'atteindre la zone la plus éloignée du centre est égale à $\dfrac{5}{9}$.
Aide :on rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi.r^2$; on pourra montrer d'abord que

$$p_1 = \frac{p_2}{3} = \frac{p_3}{5}.$$

Zone	1	2	3
Aire	100π	300π	500π
Probabilité	p_1	p_2	p_3

D'une part le tireur est sûr d'atteindre la cible donc $p_1+p_2+p_3=1$.
D'autre part , on suppose, de plus, que p_1, p_2 et p_3 sont proportionnelles aux aires des zones auxquelles elles correspondent, donc :

$$\frac{p_1}{100\pi}=\frac{p_2}{300\pi}=\frac{p_3}{500\pi}$$

En multipliant par 100π; $p_1=\dfrac{p_2}{3}=\dfrac{p_3}{5}$

Ainsi $p_2=3p_1$ et $p_3=5p_1$.

$$p_1+p_2+p_3=1 \iff p_1+3p_1+5p_1=1 \iff 9p_1=1 \iff p_1=\frac{1}{9}$$

Puis $p_3=5p_1=\dfrac{5}{9}$

L'affirmation 2 est vraie.

1.5 pt Question 3 : On considère 10 appareils identiques, de même garantie, fonctionnant indépendamment les uns des autres. La probabilité pour chaque appareil de tomber en panne durant la période de garantie est égale à 0,15.
Affirmation 4 : La probabilité qu'au moins un des appareils tombe en panne durant la période de garantie est égale à 0,8 à 10^{-1} près.

1 Rédaction 1 :
On répète 10 fois, de façon indépendante,l'expérience « . » qui comporte 2 issues :

- « Un appareil choisi au hasard tombe en panne pendant la période de garantie » considéré comme succès, de probabilité $p=0,15$
- « Un appareil choisi au hasard ne tombe pas en panne pendant la période de garantie » considéré comme échec, de probabilité $q=1-p=0,85$

Nous sommes donc en présence d'un schéma de Bernoulli et la variable aléatoire X prenant pour valeurs le nombre de succès obtenus suit la loi binomiale de paramètres 10 et 0,15 notée $\mathscr{B}(10;.0.15)$.

Pour tout entier k où $0\leq k\leq 10$, on a

$$P(X=k)=\binom{10}{k}\times(0,15)^k\times(0,85)^{10-k}$$

On veut ici calculer $P(X\geq 1)=1-P(X=0)=1-\binom{10}{0}\times(0,15)^0\times(0,85)^{10}=1-0,85^10\approx 0,8$

2 Rédaction 2 :Si on note A l'événement : « au moins un des appareils tombe en panne durant la période de garantie. »
et A_i où $1\leq i\leq 10$ l'événement : « L'appareil n° i tombe en panne durant la période de garantie. »
$\overline{A}=\overline{A_1}\cap\overline{A_2}\cap\overline{A_3}\cdots\cap\overline{A_{10}}$

Comme les 10 appareils fonctionnent de manière indépendante, les événements $\overline{A_1};\overline{A_2};\overline{A_3}\cdots;\overline{A_{10}}$ sont indépendants, donc :
$P(\overline{A})=P(\overline{A_1}\cap\overline{A_2}\cap\overline{A_3}\cdots\cap\overline{A_{10}})=P(\overline{A_1})\times P(\overline{A_2})\times P(\overline{A_3})\times\cdots\times P(\overline{A_{10}})=(1-0,15)^{10}=0,85^{10}\approx 0,2$ à 10^{-1} près.

$P(A)=1-P(\overline{A})\approx 0,8$ à 10^{-1} près.

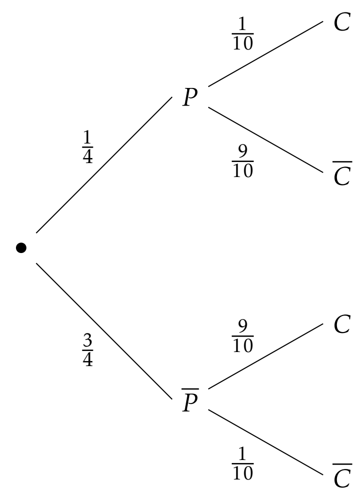
L'affirmation 3 est vraie.

Question 4 : Dans ma rue, il pleut un soir sur quatre.

S'il pleut, je sors mon chien avec une probabilité égale à $\dfrac{1}{10}$; s'il ne pleut pas, je sors mon chien avec une probabilité égale à $\dfrac{9}{10}$. Je sais que ce soir je vais sortir mon chien.

Affirmation 4 : La probabilité qu'il ne pleuve pas est égale à $\dfrac{27}{40}$.

Un arbre pondéré représentant la situation :



Sur cet arbre on a noté : P l'événement « Il pleut » et C l'événement « Je sors mon chien. ».
D' après l'énoncé, je sais que je vais sortir mon chien ce soir, donc C est réalisé,
on doit ainsi calculer la probabilité de l'événement
$\overline{P}/C$: « Il ne pleut pas sachant que je sors mon chien ».

D'après la définition des probabilités conditionnelles on a $P(\overline{P}/C) = \dfrac{P(\overline{P} \cap C)}{P(C)}$.

Or $P(P \cap C) = P(P) \times P(C/P) = \dfrac{1}{4} \times \dfrac{1}{10} = \dfrac{1}{40}$

Pour déterminer la probabilité de l'événement C on utilise la partition :
$\Omega = P \cup \overline{P}$; ainsi on a $C = (C \cap P) \cup (C \cap \overline{P})$.
Les deux événements $(C \cap P)$ et $(C \cap \overline{P})$ sont incompatibles, on a donc :

$$P(C) = P(C \cap P) + P(C \cap \overline{P}) = P(P) \times P(C/P) + P(\overline{P}) \times P(C/\overline{P}) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{10} + \frac{3}{4} \times \frac{9}{10} = \frac{28}{40}$$

$$P(\overline{P}/C) = \frac{P(\overline{P} \cap C)}{P(C)} = \frac{27}{40} \times \frac{40}{28} = \frac{27}{28}$$

$$\frac{27}{28} \neq \frac{27}{40}$$

L'affirmation 4 est fausse.

Exercice 4 — 0 point

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x - 1 + \left(x^2 + 2\right)e^{-x}.$$

On note $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $\left(O ; \vec{i} ; \vec{j}\right)$.

Partie I : Étude d'une fonction auxiliaire.

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = 1 - \left(x^2 - 2x + 2\right)e^{-x}.$$

1 Étudier les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.

- Limite en $+\infty$:
  On débouche sur la forme indéterminée : $0\times\infty$.
  On utilise ici les limites de référence.
  On écrit dans un premier temps : $g(x)=1-x^2\mathrm{e}^{-x}+2x\mathrm{e}^{-x}-2\mathrm{e}^{-x}$
  On sait que pour tout entier naturel n ; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\mathrm{e}^x}{x^n}=+\infty$, donc par inverse $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^n}{\mathrm{e}^x}=0$
  soit pour tout entier naturel n ; $\lim\limits_{x\to+\infty} x^n\mathrm{e}^{-x}=0$.
  $$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to+\infty} -x^2\mathrm{e}^{-x}=0\\ \lim\limits_{x\to+\infty} 2x\mathrm{e}^{-x}=0\\ \lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{e}^{-x}=0\end{array}\right\}\quad \text{Par somme } \lim\limits_{x\to+\infty} 1-x^2\mathrm{e}^{-x}+2x\mathrm{e}^{-x}-2\mathrm{e}^{-x}=1$$
  $$\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1.}$$

- Limite en $-\infty$:
  $$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to-\infty} -\left(x^2-2x+2\right)=\lim\limits_{x\to-\infty} -x^2=-\infty\\ \lim\limits_{x\to-\infty} \mathrm{e}^{-x}=+\infty\end{array}\right\}\quad \text{Par produit } \lim\limits_{x\to-\infty} -\left(x^2-2x+2\right)\mathrm{e}^{-x}=-\infty$$
  $$\boxed{\text{Ainsi } \lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty.}$$

2 Montrer que $g'(x)=(x-2)^2\mathrm{e}^{-x}$ et déterminer son signe.

- Calcul de $g'(x)$: g est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme produit de deux fonctions dérivables. $g=1+uv$, d'où $g'=u'v+v'u$ avec pour tout réel x, dans $\mathbb{R}$: $\begin{cases} u(x) &=-\left(x^2-2x+2\right)\\ v(x) &=\mathrm{e}^{-x}\end{cases}$ ainsi : $\begin{cases} u'(x) &=-2x+2\\ v'(x) &=-\mathrm{e}^{-x}\end{cases}$
  On a ici utilisé
  $$(e^u)'=u'e^u$$
  $$\begin{aligned} f'(x) &=(-2x+2)\mathrm{e}^{-x}+(-\mathrm{e}^{-x})\times\left[-\left(x^2-2x+2\right)\right]\\ &=\mathrm{e}^{-x}\left(-2x+2+x^2-2x+2\right)\\ &=\left(x^2-4x+4\right)\mathrm{e}^{-x}\\ &=(x-2)^2\mathrm{e}^{-x}\end{aligned}$$

- Signe de $g'(x)$: La fonction exponentielle est strictement positive sur $\mathbb{R}$, ainsi pour tout réel x, on a $\mathrm{e}^{-x}>0$, par ailleurs , pour tout réel distint de 2, $(x-2)^2$ est strictement positif, car c'est le carré d'un réel non nul. D'où le signe de $g'(x)$:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
signe de $g'(x)$		+	0	+	

3 En déduire le tableau de variation de g.

On déduit le tableau de variations de g sur $]-\infty;+\infty[$:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$+$	
Variations de g	$-\infty$	$\nearrow$			1

4 Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans $\mathbb{R}$ puis justifier que

$$0,35 \leqslant \alpha \leqslant 0,36.$$

D'après le théorème de la bijection :

- ✍ g est une fonction dérivable (donc continue) sur $\mathbb{R}$.
- ✍ g est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
- ✍ $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$
- ✍ g réalise donc une bijection de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$
  Comme $0 \in \mathbb{R}$, l'équation $g(x) = 0$ a une racine unique α dans $\mathbb{R}$.

Avec une calculatrice, on obtient $g(0,35) \approx -0,002$ et $g(0,36) \approx 0,017$
Ainsi $g(0,35) < 0 < g(0,36)$,
ce qui donne $g(0,35) < g(\alpha) < g(0,36)$, puis comme g est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

$$\boxed{0,35 < \alpha < 0,36}$$

5 En déduire le signe de g.

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g'(x)$		$+$		$+$	
Variations de g		$\nearrow$	0	$\nearrow$	
Signe de $g(x)$		-	0	$+$	

Partie II : Étude de f

1 Calculer la limite de f en $+\infty$. On admettra que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$.

On a vu à la partie I que pour tout entier naturel n; $\lim\limits_{x \to +\infty} x^n e^{-x} = 0$.

Or $f(x) = x - 1 + \left(x^2 + 2\right)e^{-x} = x - 1 + x^2 e^{-x} + 2e^{-x}$.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to +\infty} -x^2 e^{-x} = 0 \\ \lim\limits_{x \to +\infty} 2e^{-x} = 0 \\ \lim\limits_{x \to +\infty} x - 1 = +\infty \end{array}\right\} \quad \text{Par somme } \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\boxed{\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty.}$$

2 Montrer que $f'(x) = g(x)$ pour tout x réel.
f est dérivable comme somme de deux fonctions dérivables. $f = u + v$ d'où $f' = u' + v'$ avec pour tout réel x, dans $\mathbb{R}$: $\begin{cases} u(x) &= x-1 \\ v(x) &= \left(x^2+2\right)\mathrm{e}^{-x} \end{cases}$ ainsi : $\begin{cases} u'(x) &= 1 \\ v &= ab \end{cases}$

Comme $v = ab$, on déduit $v' = a'b + b'a$ avec pour tout réel x, dans $\mathbb{R}$: $\begin{cases} a(x) &= x^2+2 \\ v(x) &= \mathrm{e}^{-x} \end{cases}$ ainsi : $\begin{cases} a'(x) &= 2x \\ v'(x) &= -\mathrm{e}^{-x} \end{cases}$

$$\begin{aligned} f'(x) &= u'(x) + v'(x) \\ &= 1 + 2x\mathrm{e}^{-x} + \left(x^2+2\right) \times \left(-\mathrm{e}^{-x}\right) \\ &= 1 - \left(x^2 - 2x + 2\right)\mathrm{e}^{-x} \\ &= g(x) \end{aligned}$$

3 En déduire, à l'aide de la partie I, les variations de f et donner son tableau de variation.
On déduit le tableau de variations de f sur $]-\infty;+\infty[$:

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f	$+\infty$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

4 **a.** Démontrer que :
$$f(\alpha) = \alpha\left(1 + 2\mathrm{e}^{-\alpha}\right).$$

$$\begin{aligned} f(\alpha) &= \alpha - 1 + \alpha^2\mathrm{e}^{-\alpha} + 2\mathrm{e}^{-\alpha} && \textbf{or } g(\alpha) = 0 \\ &= \alpha - 1 + \alpha^2\mathrm{e}^{-\alpha} + 2\mathrm{e}^{-\alpha} + 1 - \left(\alpha^2 - 2\alpha + 2\right)\mathrm{e}^{-\alpha} && \textbf{car } g(\alpha) = 1 - \left(\alpha^2 - 2\alpha + 2\right)\mathrm{e}^{-\alpha} = 0 \\ &= \alpha - 1 + \alpha^2\mathrm{e}^{-\alpha} + 2\mathrm{e}^{-\alpha} + 1 - \alpha^2\mathrm{e}^{-\alpha} + 2\alpha\mathrm{e}^{-\alpha} - 2\mathrm{e}^{-\alpha} \\ &= \alpha + 2\alpha\mathrm{e}^{-\alpha} \\ &= \alpha\left(1 + 2\mathrm{e}^{-\alpha}\right). \end{aligned}$$

b. Montrer que la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x\left(1 + 2\mathrm{e}^{-x}\right)$ est strictement croissante sur $[0;1]$.

h est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme produit de deux fonctions dérivables. $h = uv$, d'où $h = u'v + v'u$ avec pour tout réel x, dans $\mathbb{R}$:
$\begin{cases} u(x) &= x \\ v(x) &= 1 + 2\mathrm{e}^{-x} \end{cases}$ ainsi : $\begin{cases} u'(x) &= 1 \\ v'(x) &= -2\mathrm{e}^{-x} \end{cases}$

$$\begin{aligned} h'(x) &= 1 \times \left(1 + 2\mathrm{e}^{-x}\right) + \left(-2\mathrm{e}^{-x}\right) \times x \\ &= 1 + 2\mathrm{e}^{-x} - 2x\mathrm{e}^{-x} \\ &= 2\mathrm{e}^{-x}(1-x) + 1 \end{aligned}$$

- La fonction exponentielle étant strictement positive sur $\mathbb{R}$, on déduit : pour tout $x \in \mathbb{R}$ $\mathrm{e}^{-x} > 0$

- Par ailleurs si $x \in [0;1]$, alors $x \leq 1$, donc $-x \geq -1$, puis $1 - x \geq 0$
- Ainsi, si $x \in [0;1]$, alors $2(1-x)\mathrm{e}^{-x} \geq 0$ puis en ajoutant 1 ; $2(1-x)\mathrm{e}^{-x} + 1 \geq 1$
- on déduit donc que pour tout $x \in [0;1]$, $h'(x) > 0$, ce qui permet d'affirmer que la fonction h est strictement croissante sur $[0;1]$.

c. À l'aide de l'encadrement de α déterminer un encadrement de $f(\alpha)$ d'amplitude 3×10^{-2} .
Comme $f(\alpha) = h(\alpha)$,

$$\begin{array}{rll} \text{de l'encadrement} & 0,35 < \alpha < 0,36 & \\ \text{on déduit} & h(0,35) < h(\alpha) < h(0,36) & \text{car } h \text{ est strictement croissante sur } [0;1] \\ & 0,84 < h(\alpha) < 0,87 & \end{array}$$

$$\boxed{0,84 < f(\alpha) < 0,87}$$

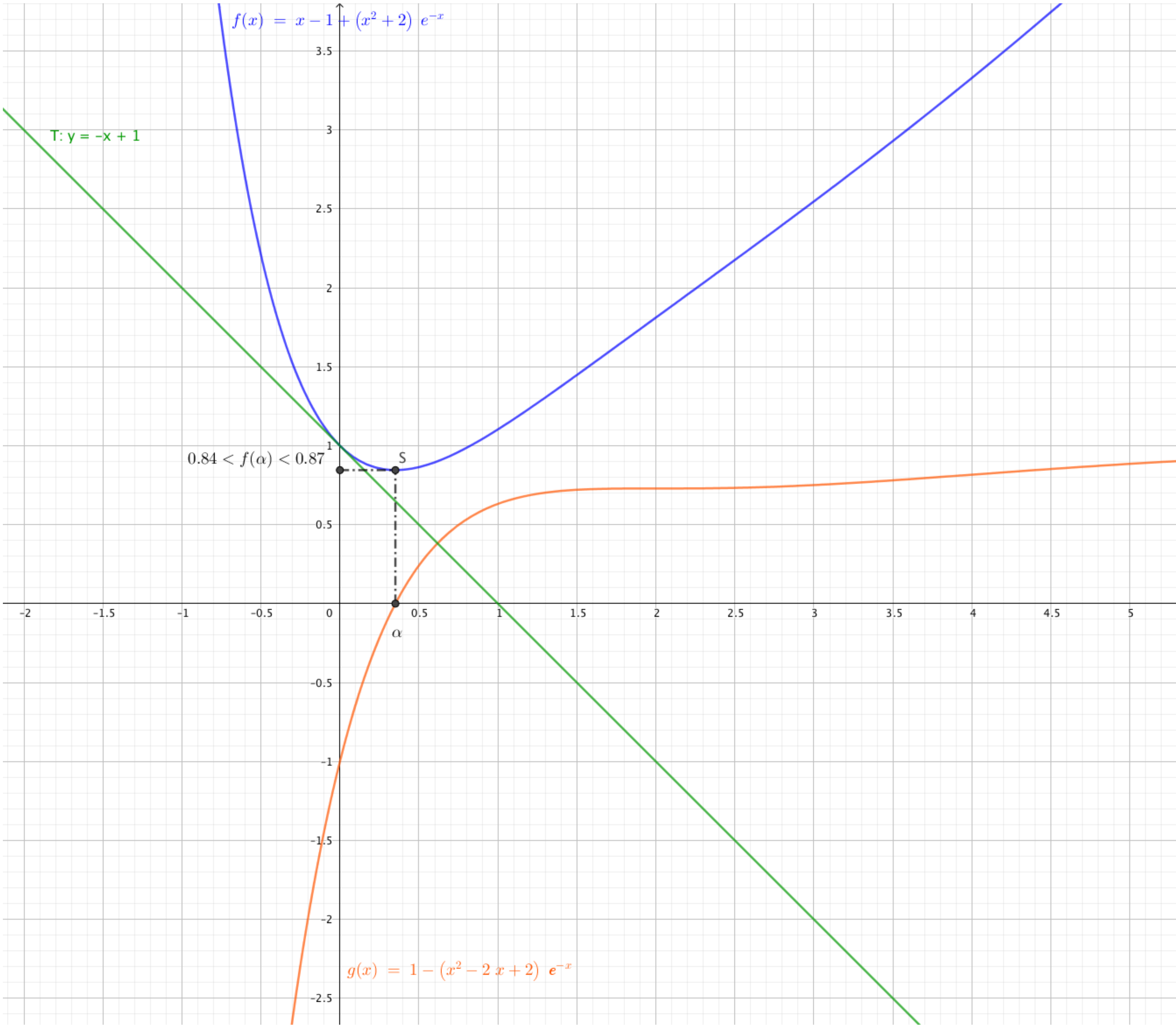
5 Donner une équation de la tangente T à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 0.
T a pour équation $y = f'(0)(x-0) + f(0)$

✏ $f'(0) = g(0) = 1 - 2\mathrm{e}^{-0} = 1 - 2 = -1$

✏ $f(0) = -1 + 2\mathrm{e}^{-0} = -1 + 2 = 1$

$$\boxed{T \text{ a pour équation } y = -(x-0) + 1, \text{ soit } y = -x + 1}$$

Pour terminer une figure non demandée :


$f(x) = x - 1 + (x^2 + 2)\, e^{-x}$
T: y = −x + 1
$0.84 < f(\alpha) < 0.87$
S
α
$g(x) = 1 - (x^2 - 2x + 2)\, e^{-x}$