

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. **Faites des phrases claires et précises.**  
Le barème est approximatif. La calculatrice est autorisée.

**Attention ! Le sujet est sur 4 pages (recto-verso).**

**Exercice 1 : Equations** *3 points*

Résoudre les équations suivantes :

1.5 pt **1**  $e^{x^2+2x} = e$

1.5 pt **2**  $e^{3x^2} = e^{5x-1}$ .

**Exercice 2 : Inéquations** *3 points*

Résoudre les inéquations :

1.5 pt **1**  $e^x > e^{1-x}$

1.5 pt **2**  $e^x - \frac{1}{e^x} > 0$

**Exercice 3** *14 points*

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = \frac{x+1}{e^x - x}.$$

On note sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère.

**Partie A :** Etude d'une fonction auxiliaire.

Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $g(x) = xe^x - 1$ .

2.5 pts **1** Etudier les variations de la fonction  $g$  sur  $\mathbb{R}$ . On calculera les limites aux bornes.

2.5 pts **2** Montrer que l'équation  $g(x) = 0$  a une solution unique dans  $\mathbb{R}$ .

1 pt **3** Donner un encadrement de  $\alpha$  d'amplitude  $10^{-2}$ .

1 pt **4** Etudier le signe de  $g(x)$  sur  $\mathbb{R}$ .

**Partie B :**

2 pts **1** Calculer les limites de la fonction  $f$  en  $+\infty$  et  $-\infty$ .

1 pt **2** Interpréter graphiquement les résultats précédents.

1.5 pt **3** Calculer  $f'(x)$ ,  $f'$  désignant la fonction dérivée de  $f$ . On montrera que pour tout réel  $x$ , on a :

$$f'(x) = -\frac{g(x)}{(e^x - x)^2}$$

1.5 pt **4** Étudier le sens de variation de  $f$  puis dresser son tableau de variation.

1 pt **5** Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe  $\mathcal{C}$  au point d'abscisse 0.