DS6 T.Maths 6

Exercice 1 :

1) X suit la loi binomiale de paramètres $n = 40$ et $p = 0{,}4$.

a) $p(X=15) = \binom{40}{15} \cdot 0{,}4^{15} \cdot 0{,}6^{40-15}$

$= \text{BinomFdP}(40, 0.4, 15)$

$\approx 0{,}1228$

b) On veut ici calculer $p(X \geqslant 20)$

$= 1 - p(\overline{X \geqslant 20})$

$= 1 - p(X \leqslant 19)$

$= 1 - \text{BinomFRép}(40, 0.4, 19)$

$\approx 0{,}1298$

2) On cherche n tel que $p(X \geqslant 1) \geqslant 0{,}95$

$1 - p(X=0) \geqslant 0{,}95$

$1 - 0{,}6^n \geqslant 0{,}95$

$0{,}6^n \leqslant 0{,}05$

$\ln(0{,}6^n) \leqslant \ln(0{,}05)$ en appliquant ln strictement croissante sur $]0;+\infty[$

$n \ln(0{,}6) \leqslant \ln(0{,}05)$ car $\ln(a^n) = n \ln a$.

$n \geqslant \dfrac{\ln(0{,}05)}{\ln(0{,}6)}$ car on a divisé par $\ln(0{,}6) < 0$ car $0{,}6 < 1$

or $\dfrac{\ln(0{,}05)}{\ln(0{,}6)} \approx 5{,}86$

donc 6 est le plus petit entier qui convient.

Ex2 1) On a $p_A(B) = 0,41$ lecture de l'arbre.

$$p(A\cap B) = p(A) \times p_A(B)$$
$$= 0,2 \times 0,41$$
$$p(A\cap B) = 0,082$$

2) On utilise la partition $A, \overline{A}$:

Ainsi $p(B) = p(A\cap B) + p(\overline{A}\cap B)$

formule des probabilités totales $= p(A) \times p_A(B) + p(\overline{A}) \times p_{\overline{A}}(B)$

$$= 0,2\times 0,41 + 0,8 \times 0,41$$
$$= 0,41.$$

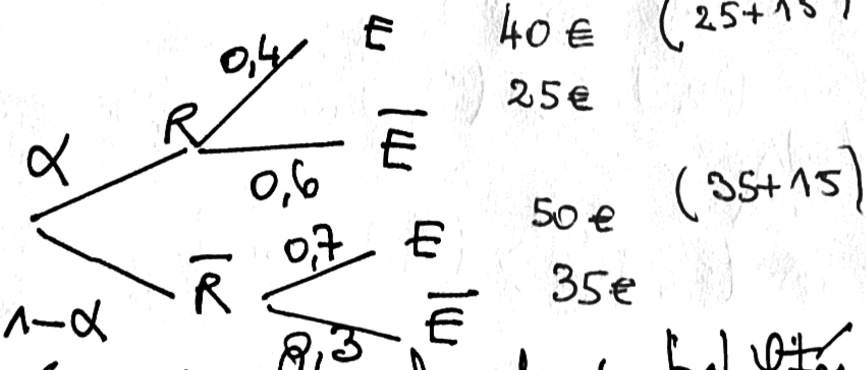
3) A et B sont indépendants $\Leftrightarrow p(A\cap B) = p(A)\times p(B)$

or $p(A)\times p(B) = 0,2 \times 0,41$
$$= 0,082$$
$$p(A\cap B) = 0,082$$

Ayant $p(A\cap B) = p(A)\times p(B)$ on a prouvé que A et B sont indépendants.

Exercice 3 :

1)



2) a) D'après la formule des probabilités totales on a :

$$p(E) = p(R\cap E) + p(\overline{R}\cap E)$$
$$= \alpha\times 0,4 + (1-\alpha)\times 0,7$$
$$= 0,4\alpha + 0,7 - 0,7\alpha$$
$$= 0,7 - 0,3\alpha.$$

b] D'après l'énoncé $p(E) = 0{,}58$

$\iff 0{,}7 - 0{,}3\alpha = 0{,}58$

$\iff 0{,}7 - 0{,}58 = 0{,}3\alpha$

$\iff 0{,}12 = 0{,}3\alpha$

$\iff \alpha = \frac{0{,}12}{0{,}3}$

$\iff \boxed{\alpha = 0{,}4}$

3] On veut ici calculer $p_E(\overline{R}) = \frac{p(E \cap \overline{R})}{p(E)}$

définition des probabilités conditionnelles

d'où $p_E(\overline{R}) = \frac{0{,}6 \times 0{,}7}{0{,}58}$

$p(\overline{R}) = 1 - \alpha$
$= 1 - 0{,}4$
$= 0{,}6$

$= \frac{21}{29}$

$\approx \underline{0{,}72}$ arrondi au centième.

4] On veut ici $p(\overline{R} \cap E) = p(\overline{R}) \times p_{\overline{R}}(E)$

$= 0{,}6 \times 0{,}7$

$= \underline{0{,}42}$

La probabilité que le client loue un vélo tout terrain électrique est 0,42.

5] a] Les valeurs possibles de X sont 25 ; 35 ; 40 ; 50

$p(X = 25) = p(R \cap \overline{E}) = 0{,}4 \times 0{,}6 = 0{,}24$

$p(X = 35) = p(\overline{R} \cap \overline{E}) = 0{,}6 \times 0{,}3 = 0{,}18$

$p(X = 40) = p(R \cap E) = 0{,}4 \times 0{,}4 = 0{,}16$

$p(X = 50) = p(\overline{R} \cap E) = 0{,}6 \times 0{,}7 = 0{,}42$

D'où la loi de probabilité de X

k	25	35	40	50
$p(X=k)$	0,24	0,18	0,16	0,42

b] $E(X) = p_1 x_1 + p_2 x_2 + p_3 x_3 + p_4 x_4$

$= 0{,}24 \times 25 + 0{,}18 \times 35 + 0{,}16 \times 40 + 0{,}42 \times 50$

$E(X) = 39{,}70$ €

Le prix de location moyen d'un vélo à la journée est de 39,70 €.

E] a] On est en présence d'un schéma de Bernoulli

Succès : " Le client loue un vélo électrique." avec la proba $p = 0{,}58$

Echec : " Le client loue un vélo non électrique " avec la proba $q = 1 - p = 0{,}42$.

On répète ce schéma 30 fois de façon successive et indépendante.

La variable aléatoire Y comptabilisant le nombre de locations de vélos électrique suit la loi binomiale de paramètres $n = 30$ et $p = 0{,}58$ notée $\mathcal{B}(30\,;\,0.58)$

b] On veut $p(Y = 20) = \binom{30}{20} \cdot 0{,}58^{20} \cdot 0{,}42^{10}$

$= \text{BinomFdP}(30, 0.58, 20)$

$\simeq 0{,}0952$.

c] On veut $p(Y \geq 15) = 1 - p(\overline{Y \geq 15})$

$= 1 - p(Y < 15)$

$= 1 - p(Y \leq 14)$

$= 1 - \text{BinomFRép}(30, 0.58, 14)$

$\simeq \underline{0{,}8581}$.

d] $E(Y) = np$

$= 30 \times 0{,}58$

$= \underline{17{,}4}$

Si on répète un très grand nombre de fois l'expérience consistant à choisir un échantillon de 30 clients d'Hugo en moyenne 17 clients prennent un vélo électrique.