Nom :	**DS 06**	TMATHS OISELET — *Janv. 2024*
Prénom :	CASE DES MATHS	*Devoir n° 10* — .../...

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. ***Faites des phrases claires et précises****.*
Le barème est approximatif. La calculatrice en mode examen est autorisée.

Exercice 1 — *5 points*

5 pts On note X la variable aléatoire égale au nombre de personnes vaccinées parmi les n interrogées. On admet que X suit la loi binomiale de paramètres n et $p = 0,4$.

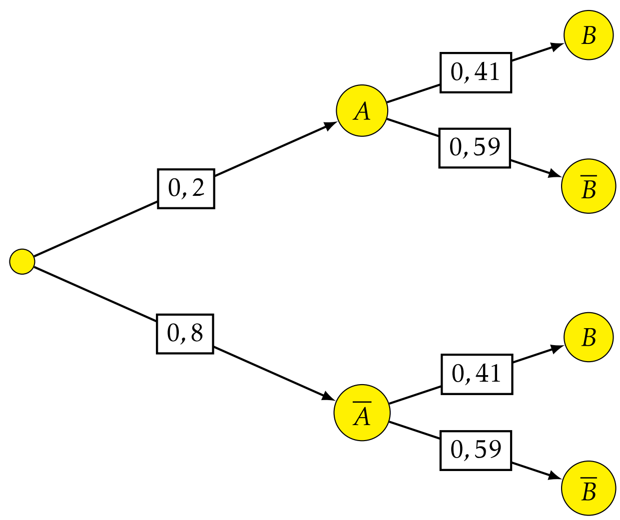
1 Dans cette question, on suppose que $n = 40$.

- **a.** Déterminer la probabilité qu'exactement 15 des 40 personnes interrogées soient vaccinées.
- **b.** Déterminer la probabilité qu'au moins la moitié des personnes interrogées soit vaccinée.

2 Déterminer n pour que $p(X \geq 1) \geq 0,95$.

Exercice 2 — *4,5 points*

4.5 pts Dans une expérience aléatoire, on considère deux évènements A et B permettant de construire l'arbre de probabilité :



1 Donner les valeurs des probabilités : $p_A(B)$, $p(A \cap B)$.

2 Calculer $p(B)$.

3 Montrer que les événements A et B sont indépendants.

Exercice 3 — *13,5 points*

13.5 pts

Dans le magasin d'Hugo, les clients peuvent louer deux types de vélos : vélos de route ou bien vélos tout terrain.
Chaque type de vélo peut être loué dans sa version électrique ou non.
On choisit un client du magasin au hasard, et on admet que :

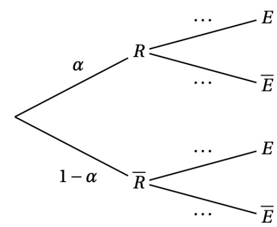
- Si le client loue un vélo de route, la probabilité que ce soit un vélo électrique est de 0,4 ;
- Si le client loue un vélo tout terrain, la probabilité que ce soit un vélo électrique est de 0,7 ;

- La probabilité que le client loue un vélo électrique est de 0,58.

On appelle α la probabilité que le client loue un vélo de route, avec $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$.
On considère les évènements suivants :

- R : « le client loue un vélo de route » ;
- E : « le client loue un vélo électrique » ;
- $\overline{R}$ et $\overline{E}$, évènements contraires de R et E.

On modélise cette situation aléatoire à l'aide de l'arbre reproduit ci-contre :
Si F désigne un évènement quelconque, on notera $p(F)$ la probabilité de F.



1 Recopier cet arbre sur la copie et le compléter.

2 **a.** Montrer que $p(E) = 0,7 - 0,3\alpha$.

b. En déduire que : $\alpha = 0,4$.

3 On sait que le client a loué un vélo électrique.
Déterminer la probabilité qu'il ait loué un vélo tout terrain. On donnera le résultat arrondi au centième.

4 Quelle est la probabilité que le client loue un vélo tout terrain électrique ?

5 Le prix de la location à la journée d'un vélo de route non électrique est de 25 euros, celui d'un vélo tout terrain non électrique de 35 euros.
Pour chaque type de vélo, le choix de la version électrique augmente le prix de location à la journée de 15 euros.
On appelle X la variable aléatoire modélisant le prix de location d'un vélo à la journée.

a. Donner la loi de probabilité de X. On présentera les résultats sous forme d'un tableau.

b. Calculer l'espérance mathématique de X et interpréter ce résultat.

6 Lorsqu'on choisit 30 clients d'Hugo au hasard, on assimile ce choix à un tirage avec remise.
On note Y la variable aléatoire associant à un échantillon de 30 clients choisis au hasard le nombre de clients qui louent un vélo électrique.
On rappelle que la probabilité de l'événement E est : $p(E) = 0,58$.

a. Justifier que Y suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

b. Déterminer la probabilité qu'un échantillon contienne exactement 20 clients qui louent un vélo électrique. On donnera le résultat arrondi au millième.

c. Déterminer la probabilité qu'un échantillon contienne au moins 15 clients qui louent un vélo électrique. On donnera le résultat arrondi au millième.

d. Calculer $E(Y)$. Interpréter ce résultat.