

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. **Faites des phrases claires et précises.**
Le barème est approximatif. La calculatrice en mode examen est autorisée.

Exercice 1

8 points

- 2 pts **1** Exprimer en fonction de $\ln 2$ les nombres suivants :
- $\ln 4$; $\ln\left(\frac{1}{8}\right)$; $\ln(4e)$; $\ln(\sqrt{8})$
- 2 pts **2** $\ln(2x + 1) + \ln(x - 3) = \ln(x + 5)$
- 2 pts **3** Résoudre l'inéquation suivante en ayant soin de déterminer l'ensemble sur lequel votre calcul est valable. On visualisera l'ensemble solution sur une droite orientée.
- $\ln x + \ln(2x - 7) \leq \ln 5$
- 2 pts **4** Déterminer le plus petit entier naturel n vérifiant : $1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n > 0,999$

Exercice 2

8 points

8 pts Calculer les limites suivantes en vous justifiant soigneusement :

- 1** $f(x) = \frac{2x + 3}{x^2 + x + 2}$; $a = -\infty$.
- 2** $f(x) = \frac{\ln x + 3x}{x^2}$; $a = +\infty$.
- 3** $f(x) = \frac{3e^x - x^2 + 2}{x^2}$; $a = +\infty$.
- 4** $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{-2x + 4}$; $a = 2^-$.

Exercice 3

12,5 points

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1 - x^2 - \ln x}{x^2}$$

et \mathcal{F} sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

- 3 pts **1** Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
- 3 pts **2** Etudier les variations de f .
- 0.5 pt **3** Montrer que \mathcal{F} admet une asymptote horizontale \mathcal{D} en $+\infty$ dont on précisera une équation.
- 2 pts **4** Etudier la position relative de la courbe et de son asymptote \mathcal{D} .
- 3 pts **5** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α et que $\alpha = 1$
- 1 pt **6** En déduire le signe de $f(x)$ sur $]0; +\infty[$.