Lycée l' Oiselet

Mardi 13 Février 2024

BACCALAURÉAT BLANC 2024
DE MATHÉMATIQUES
– SPÉCIALITÉ - MATHS –

Durée de l'épreuve : 4 HEURES

Les calculatrices sont AUTORISÉES en mode examen actif

Coefficient : 16
Sujet 2

Le candidat doit traiter les quatre exercices.

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Le barème est approximatif.

Sur l'en-tête de votre copie, précisez clairement et distinctement :

- *le nom de l'épreuve : épreuve de mathématiques.*
- *Le nom de votre professeur de Spécialité.*

N'oubliez pas de joindre l'annexe 1 et l'annexe 2 à votre copie (page 6 du sujet).

Exercice 1

5 points

Au basket-ball, il existe deux sortes de tir :

- les tirs à deux points.
  Ils sont réalisés près du panier et rapportent deux points s'ils sont réussis.
- les tirs à trois points.
  Ils sont réalisés loin du panier et rapportent trois points s'ils sont réussis.

Stéphanie s'entraîne au tir. On dispose des données suivantes :

- Un quart de ses tirs sont des tirs à deux points. Parmi eux, 60 % sont réussis.
- Trois quarts de ses tirs sont des tirs à trois points. Parmi eux, 35 % sont réussis.

1 Stéphanie réalise un tir.
On considère les évènements suivants :

D : « Il s'agit d'un tir à deux points ».
R : « le tir est réussi ».

a. Représenter la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.
b. Calculer la probabilité $p\left(\overline{D} \cap R\right)$.
c. Démontrer que la probabilité que Stéphanie réussisse un tir est égale à $0,4125$.
d. Stéphanie réussit un tir. Calculer la probabilité qu'il s'agisse d'un tir à trois points. Arrondir le résultat au centième.

2 Stéphanie réalise à présent une série de 10 tirs à trois points.
On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de tirs réussis.
On considère que les tirs sont indépendants. On rappelle que la probabilité que Stéphanie réussisse un tir à trois points est égale à $0,35$.

a. Justifier que X suit une loi binomiale. Préciser ses paramètres.
b. Calculer l'espérance de X. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
c. Déterminer la probabilité que Stéphanie rate 4 tirs ou plus. Arrondir le résultat au centième.
d. Déterminer la probabilité que Stéphanie rate au plus 4 tirs. Arrondir le résultat au centième.

3 Soit n un entier naturel non nul.
Stéphanie souhaite réaliser une série de n tirs à trois points.
On considère que les tirs sont indépendants. On rappelle que la probabilité qu'elle réussisse un tir à trois points est égale à $0,35$.
Déterminer la valeur minimale de n pour que la probabilité que Stéphanie réussisse au moins un tir parmi les n tirs soit supérieure ou égale à $0,99$.

Exercice 2

5 points

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = x^2 - 6x + 4\ln(x).$$

On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$.
On note f' sa dérivée, f'' sa dérivée seconde et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

1
  a. Déterminer soigneusement $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$. Interpréter graphiquement ce résultat.
  b. Déterminer soigneusement $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.

2
  a. Calculer $f'(x)$ pour tout x appartenant à $]0\,;\,+\infty[$. On montrera que $f'(x) = \dfrac{2x^2 - 6x + 4}{x}$
  b. Etudier le signe de $f'(x)$ pour tout x appartenant à $]0\,;\,+\infty[$.
  Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.

3 Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse $x =$e.

4 Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$. On note α cette solution.

5 Donner, en le justifiant, une valeur approchée de α au centième.

6 En déduire le signe de $f(x)$ sur l' intervalle $]0;+\infty[$.

7
  a. On admet que pour tout réel x de $]0\,;\,+\infty[$, on a $f''(x) = \dfrac{2x^2 - 4}{x^2}$. Etudier la convexité de f sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.
  b. En déduire la position relative de la courbe $\mathcal{C}_f$ et de la tangente T sur l'intervalle $[\sqrt{2}\,;\,+\infty[$.

Cet exercice annule et remplace l'exercice 3 page 4 du sujet.

Exercice 3

5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points A(2 ; 5 ; −1), B(3 ; 2 ; 1), C(1 ; 3 ; −2) et la droite Δ dont une représentation paramétrique est :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x & = & 3+k \\ y & = & 1-4k \\ z & = & 2+3k \end{array}\right. , k \in \mathbb{R}.$$

1 Parmi les points suivants, lequel appartient à la droite Δ ?

Réponse A : M(1 ; 9 ; 8); **Réponse B :** N(−3 ; −4 ; 6);
Réponse C : P(0 ; 13 ; −7); **Réponse D :** Q(−5 ; −7 ; −1).

2 Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ admet pour coordonnées :

Réponse A : $\begin{pmatrix} 2,5 \\ 3,5 \\ 0 \end{pmatrix}$; **Réponse B :** $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$;
Réponse C : $\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ **Réponse D :** $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

3 Une représentation paramétrique de la droite (BC) est :

Réponse A : $\left\{\begin{array}{l} x = 3+2t \\ y = 2+t \\ z = 1 \end{array}\right. , t \in \mathbb{R}$ **Réponse B :** $\left\{\begin{array}{l} x = 1-t \\ y = 3-t \\ z = -2+2t \end{array}\right. , t \in \mathbb{R}$

Réponse C : $\left\{\begin{array}{l} x = 8-2t \\ y = 1+t \\ z = -1-3t \end{array}\right. , t \in \mathbb{R}$ **Réponse D :** $\left\{\begin{array}{l} x = 5+2t \\ y = 1-t \\ z = 4+3t \end{array}\right. , t \in \mathbb{R}$

4 Les droites (BC) et Δ sont :

Réponse A : strictement parallèles; **Réponse B :** sécantes en R(1 ; 9 ; −4);
Réponse C : non coplanaires; **Réponse D :** sécantes en S(4 ; 3 ; 2);

5 On donne U(1 ; 0 ; 2) et on rappelle N(−3 ; −4 ; 6) et T est le milieu de $[UN]$:

Réponse A : T(−4 ; −4 ; 4); **Réponse B :** T(−2 ; −4 ; 8);
Réponse C : T(−1 ; −2 ; 4); **Réponse D :** T(2 ; 2 ; −2);

Exercice 4

5 points

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = 5 - \frac{4}{x+2}.$$

On admettra que f est dérivable sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.
On a tracé en **ANNEXE 1** dans un repère orthonormé la courbe $\mathcal{C}$ représentative de f ainsi que la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = x$.

1 Démontrer que f est croissante sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

2 Résoudre l'équation $f(x) = x$ sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$. On note α la solution.
On donnera la valeur exacte de α puis on en donnera une valeur approchée à 10^{-2} près.

3 On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.
Sur la figure de **ANNEXE 1**, en utilisant la courbe $\mathcal{C}$ et la droite $\mathcal{D}$, placer les points M_0, M_1 et M_2 d'ordonnée nulle et d'abscisses respectives u_0, u_1 et u_2.
Quelles conjectures peut-on faire sur le sens de variation et la convergence de la suite (u_n) ?

4
- **a.** Démontrer, par récurrence, que, pour tout entier naturel n,

$$0 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant \alpha$$

  où α est le réel défini dans la question 2.
- **b.** Peut-on affirmer que la suite (u_n) est convergente ? On justifiera la réponse.

5 Pour tout entier naturel n, on définit la suite (S_n) par

$$S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k = u_0 + u_1 + \cdots + u_n.$$

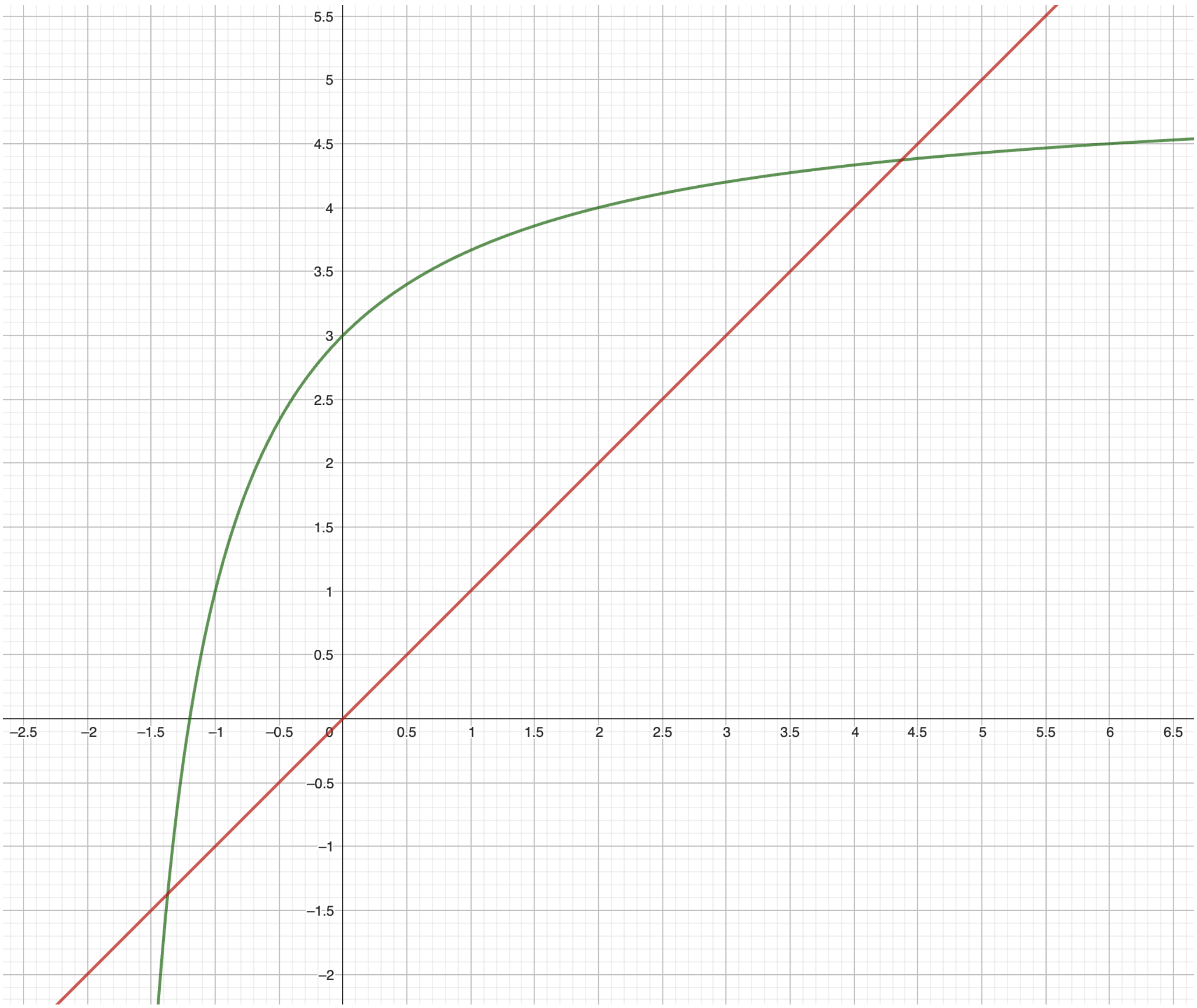
- **a.** Calculer S_0, S_1 et S_2. Donner une valeur approchée des résultats à 10^{-2} près.
- **b.** Compléter la fonction python donnée en **ANNEXE 2** pour qu'elle affiche la somme S_n pour la valeur de l'entier n choisie par l'utilisateur.
- **c.** Montrer que la suite (S_n) diverge vers $+\infty$.

✍ Nom :

✍ Pénom :

✍ Nom du professeur de spécialité :

ANNEXE 1



ANNEXE 2

```
def somme(N) :
    u=1
    s=u
    i=0
    while ··· :
        u=···
        i=i+1
        s=···
    return s
```