

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. **Faites des phrases claires et précises.**
Le barème est approximatif. La calculatrice en mode examen est autorisée.

Attention! Le sujet est recto-verso.

Exercice 1

6 points

6 pts

f est une fonction définie par $f(x) = x^2 - 5x + 11$.

g est une fonction définie par $g(x) = \frac{4}{x}$

- 1** Déterminer le domaine de définition et de dérivabilité de $g \circ f$.
- 2** Déterminer l'expression de $g \circ f(x)$ puis calculer sa dérivée.

Exercice 2

9 points



9 pts Une entreprise qui fabrique des cerfs-volants a modélisé son coût total de production, en milliers d'euros, par la fonction : $C_T(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + 2$ où x est la quantité produite, en milliers de cerfs-volants, avec $0 \leq x \leq 6$.

- 1** Justifier que la fonction C_T est continue sur $[0; 6]$.
- 2** Etudier les variations de la fonction C_T sur $[0; 6]$.
- 3** Justifier que l'équation $C_T(x) = 50$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[0; 6]$ et déterminer un encadrement de α à 0,001 près.
- 4** L'entreprise ne peut pas dépasser un coût total de production de 50 000 €. Quel nombre maximal de cerfs-volants peut-elle produire?

Exercice 3

11 points

11 pts

Soit la suite (u_n) définie pour $n \geq 1$ par : $u_n = \frac{3n+1}{n+1}$

- 1** Calculer u_5 et le onzième terme.
- 2** Montrer que pour tout entier naturel $n \geq 1$, on a : $u_{n+1} - u_n = \frac{2}{(n+1)(n+2)}$

3 En déduire la monotonie de la suite (u_n)

4 Montrer que la suite est majorée par 3

 **Exercice 4**

6 points

6 pts

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 8$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,85u_n + 1,8$.

1 Calculer u_1, u_2 et u_3 .

2 Soit (v_n) la suite définie par $v_n = u_n - 12$.

a. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 0,85. Préciser son premier terme v_0 .

b. Exprimer v_n en fonction de n .

c. En déduire que $u_n = 12 - 4 \times 0,85^n$.

d. Donner le sens de variation de (v_n) , en déduire le sens de variation de (u_n) . Justifier.

 **Exercice 5**

5 points

5 pts On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $\begin{cases} u_0 = 7 \\ u_{n+1} = 2u_n - 4 \end{cases}$

Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , $u_n = 3 \times 2^n + 4$.

 **Exercice 6**

3 points

3 pts

A compléter sur le sujet, on ne demande pas de justification.

Fonction	Dérivées
$f(x) = 3e^{-x}$	
$f(x) = e^{x^2-2x+4}$	
$f(x) = e^x(1 - e^{2x})$	
$f(x) = \frac{e^{2x}}{e^{-x}}$	

 **Exercice 7 Bonus**

3 points

3 pts On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = xe^{ax+b}$

Déterminer les réels a et b pour que la courbe représentative de la fonction f admette une tangente horizontale en $x = 1$ et passe par le point de coordonnées $(2;2)$