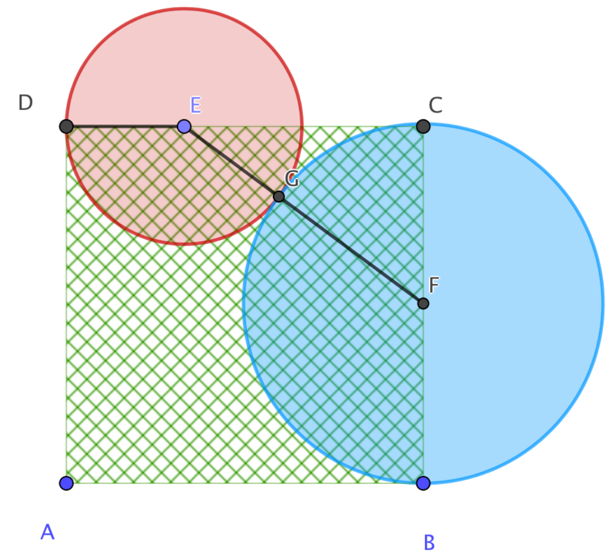
Nom :	DM 01	TMATHS8 — Devoir n° 03 — Oct. 2021 — .../...
Prénom :		

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. ***Faites des phrases claires et précises.***

Exercice 1

$ABCD$ est un carré de côté 1. E est un point de $[CD]$ et F est un point de $[BC]$. Les cercles $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ de centres respectifs E et F passent respectivement par les points D et B. Ces deux cercles sont tangents entre eux au point G.
Le but de ce problème est de déterminer la position du point G pour laquelle la distance EF est minimale.
On pose $DE = x$ et $BF = y$



1. Démontrer que $y = \dfrac{1-x}{1+x}$. En déduire l'expression de EF en fonction de x.
2. On note d la fonction définie par $d(x) = \dfrac{1+x^2}{1+x}$ sur l'intervalle $[0\,;1]$.
   Etudier les variations de d puis en déduire la position du point G pour que la distance EF soit minimale. Préciser cette distance minimale.
3. Etudier la convexité de la fonction d.

Exercice 2

Soit C_g la courbe représentative dans un repère de la fonction g définie sur $]-\infty;4]$ par :

$$g(x) = -x^3 + 3x^2 - 1$$

1. Étudier les variations de la fonction g sur $]-\infty;4]$ et dresser le tableau de variations.
2. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe C_g au point d'abscisse 1.
3. Étudier la convexité de g et montrer que la courbe C_g présente un point d'inflexion.
4. Déduire des questions précédentes le signe de h définie sur $]-\infty;4]$ par : $h(x) = g(x) - (3x-2)$