

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. **Faites des phrases claires et précises.**
 Le barème est approximatif. La calculatrice en mode examen est autorisée.

Exercice 1

3 points

Soit (E) l'équation différentielle $y' = \sqrt{2}y$.

- 2 pts **1** Déterminer toutes les solutions de cette équation.
- 1 pt **2** Déterminer toutes les solutions de cette équation qui vérifient $y(2) = 3$.

Exercice 2

3 points

Soit (E₁) l'équation différentielle $y' = -5y + 3$.

- 2 pts **1** Déterminer toutes les solutions de cette équation.
- 1 pt **2** Déterminer toutes les solutions de cette équation qui vérifient $y(0) = 2$.

Exercice 3

2 points

2 pts Résoudre l'équation différentielle $2y' + 3y = -5$

Exercice 4

9 points

On considère l'équation différentielle

$$(E): y' - 3y = e^{3x}.$$

- 2 pts **1** Montrer que la fonction u définie sur l'ensemble des nombres réels \mathbb{R} par $u(x) = xe^{3x}$ est une solution de l'équation différentielle (E).
- 2 pts **2** On considère l'équation différentielle (E') : $y' - 3y = 0$. Résoudre l'équation différentielle (E').
- 3 pts **3** Soit v une fonction définie et dérivable sur \mathbb{R} . Montrer que la fonction v est une solution de l'équation différentielle (E) si et seulement si la fonction $v - u$ est solution de l'équation différentielle (E').
- 1 pt **4** En déduire toutes les solutions de l'équation différentielle (E).
- 1 pt **5** Déterminer l'unique solution g de l'équation différentielle (E) telle que $g(0) = 2$.

Exercice 5

4 points

Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]1; +\infty[$ par : $g(x) = \frac{1}{x(x^2 - 1)}$.

- 2 pts **1** Déterminer les nombres réels a, b et c tels que l'on ait, pour tout $x > 1$: $g(x) = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x-1}$.
- 1.5 pt **2** Trouver une primitive H de g sur l'intervalle $]1; +\infty[$.
- 0.5 pt **3** Déterminer la primitive G de g qui vérifie $G(2) = 0$.