

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. **Faites des phrases claires et précises.**
Le barème est approximatif. La calculatrice en mode examen est autorisée.

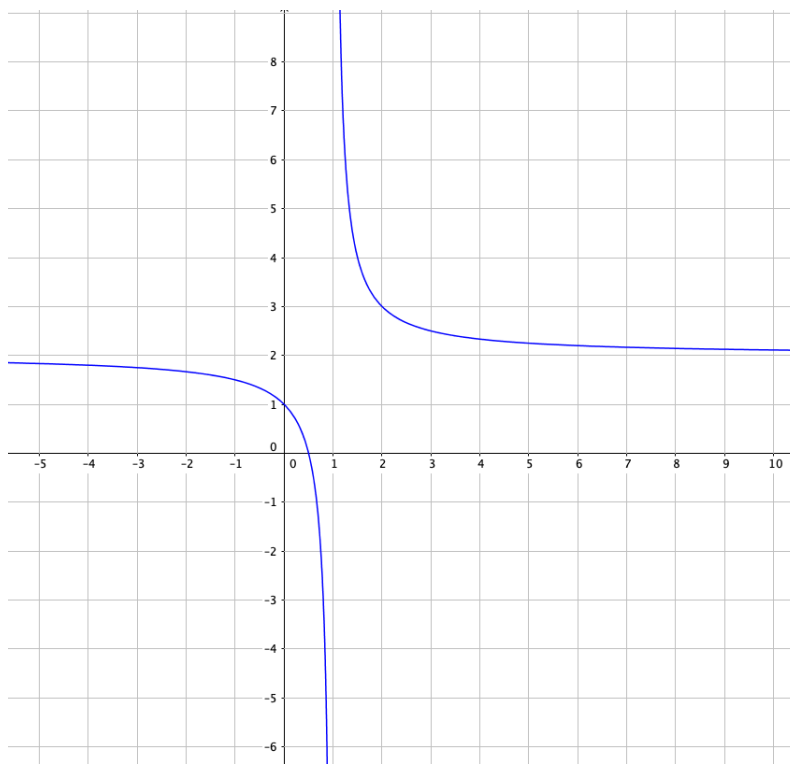
Attention! Le sujet est recto-verso.

Exercice 1

10,5 points

10.5 pts

Voici la courbe d'une fonction f définie sur $] -\infty; 1[\cup] 1; +\infty[$.



- 1** Lire sur le graphique les limites de la fonction f en $-\infty, +\infty$, à droite et à gauche en 1.
- 2** La fonction représentée est la fonction f définie par $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$.
Déterminer par le calcul les limites lues sur le graphique.
- 3** Etudier la convexité de la fonction f .
- 4** La courbe de f admet-elle un ou des points d'inflexion? Si oui, lesquels?

Exercice 2

12,5 points

12,5 pts On donne la fonction g définie sur $] -\infty; 2[\cup] 2; +\infty[$ par $g(x) = \frac{4x^2 - 9x + 3}{x - 2}$.

- 1** Déterminer les limites en $-\infty$ et en $+\infty$ de la fonction g .
- 2** Déterminer les limites à gauche et à droite en 2 de la fonction g .

- 3 La courbe de g admet-elle des asymptotes? Si oui lesquelles?
- 4 Calculer $g'(x)$ et en déduire les variations de g . Dresser le tableau de variations de g .
- 5 La courbe représentative de g admet-elle des tangentes horizontales? Si oui, en quel(s) point(s)?
- 6 Calculer $g''(x)$ et étudier la convexité de g .

 **Exercice 3**

12,5 points

12,5 pts

On considère les fonctions f et g définies respectivement sur \mathbb{R} et $\left[\frac{2}{3}; +\infty\right[$ par les expressions $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + x + \frac{3}{4}$ et $g(x) = \sqrt{3x-2} + 1$.
On note \mathcal{C}_g et \mathcal{C}_f leurs courbes représentatives respectives.

- 1 Déterminer les coordonnées des points d'intersection de \mathcal{C}_f et des axes du repère.
- 2 Dresser le tableau de variation de f . Préciser les limites en l'infini.
- 3 Etudier la limite de g en $+\infty$.
- 4 Etudier les variations de g .
- 5 Donner l'équation de la tangente à \mathcal{C}_f au point d'abscisse a .
- 6 On dit que deux courbes sont tangentes en un point lorsque, en ce point, les deux courbes ont la même tangente. Montrer que les courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g sont tangentes au point d'abscisse 1.

 **Exercice 4**

3 points

3 pts Soit (u_n) une suite définie par $u_0 = 2$ et pour tout entier naturel $n, u_{n+1} = 5u_n + 4$.
Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , on a : $u_n > 0$.

 **Exercice 5**

4,5 points

4.5 pts Déterminer les limites suivantes en a :

- 1 $f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 1}{3x^2 + 1}$; $a = -\infty$.
- 2 $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 7}{9 - x^2}$; $a = 3$.
- 3 $f(x) = (x\sqrt{x} + 2) \times \frac{-2}{x+4}$; $a = +\infty$.

 **Exercice 6**

4,5 points

4.5 pts Déterminer les dérivées des fonctions suivantes :

- 1 $f(x) = (-5x + 2)^4$
- 2 $g(x) = \frac{2x + 3}{4x + 5}$
- 3 $h(x) = (3x + 2)e^{-2x}$