

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. **Faites des phrases claires et précises.**
 Le barème est approximatif. La calculatrice en mode examen est autorisée.

Attention ! Le sujet est recto-verso.

Exercice 1

5,5 points

5.5 pts

Dans une usine, un four cuit des céramiques à la température de 1 000 °C. À la fin de la cuisson, il est éteint et il refroidit.

On s'intéresse à la phase de refroidissement du four, qui débute dès l'instant où il est éteint.

La température du four est exprimée en degré Celsius (° C).

La porte du four peut être ouverte sans risque pour les céramiques dès que sa température est inférieure à 70° C. Sinon les céramiques peuvent se fissurer, voire se casser.

Pour un nombre entier naturel n , on note T_n la température en degré Celsius du four au bout de n heures écoulées à partir de l'instant où il a été éteint. On a donc $T_0 = 1\,000$ et pour tout entier naturel n , $T_{n+1} = 0,82 \times T_n + 3,6$.

- 1** Déterminer la température du four, arrondie à l'unité, au bout de 4 heures de refroidissement.
- 2** Démontrer que, pour tout nombre entier naturel n , on a : $T_n = 980 \times 0,82^n + 20$.
- 3** Etudier la monotonie de la suite (T_n) .
- 4** Au bout de combien d'heures le four peut-il être ouvert sans risque pour les céramiques ?

Exercice 2

9 points

9 pts

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2n + 3 \end{cases}$

- 1** Montrer que $u_1 = 4$ et calculer u_2 et u_3 .
- 2** Etudier la monotonie de la suite (u_n) .
- 3** Démontrer que pour tout entier naturel n , $u_n > n^2$.
- 4** En déduire l'existence du rang p à partir duquel pour tout entier naturel $n \geq p$, $u_n > 390$
- 5** Compléter l'algorithme ci-dessous, soit en langage Python, soit en langage courant :



Algorithme Python 1

```

1 def recherche():
2 # Renvoie l'indice du terme qui dépasse 390
3     u=1
4     n=0
5     while ..... :
6         n=...
7         u=...
8     return ...
9

```



Pseudo Code

```

Fonction Recherche():
Renvoie l'indice du terme qui dépasse 390
u ← 1
n ← 0
Tant que ..... Faire
    n ← ...
    u ← ...
Renvoyer .....

```

- 6 Résoudre l'inéquation $u_n > 390$ avec la calculatrice en expliquant la démarche.
- 7 Conjecturer une expression de u_n en fonction de n .
- 8 Démontrer la propriété conjecturée .

Exercice 3

8 points

8 pts

Déterminer la limite des suites suivantes :

- 1 Pour tout entier naturel $n, u_n = \frac{2n-5}{n^2+3}$
- 2 Pour tout entier naturel $n, v_n = 11n - 8 + (-0,4)^n$
- 3 Pour tout entier naturel $n, w_n = \frac{\sin(n)-5}{n+4}$ (un encadrement sera nécessaire)
- 4 Pour tout entier naturel $n, x_n = \frac{2^n-5}{4^n+11}$
- 5 Pour tout entier naturel $n, y_n = \left(\frac{3}{n}-4\right)(-n^2+4)$

Exercice 4

2 points

2 pts

Un rallye mathématique propose 12 énigmes numérotées de 1 à 12. La classe doit choisir et répondre à 7 énigmes exactement.

- 1 Combien de choix différents la classe peut-elle faire ?
- 2 Combien de choix lui reste t-il si les élèves sont certains de ne pas traiter les énigmes 5 à 7 incluses ?
- 3 Combien de choix lui reste t-il si les élèves sont certains de traiter les énigmes 4 et 11 ?

Exercice 5

1,5 point

1.5 pt

- 1 Déterminer le nombre d'anagrammes du mot TOUAREG.
- 2 Déterminer le nombre d'anagrammes du mot HIBOU qui commence par une consonne.